

# Riziko dyskalkulie a dalších obtíží v matematice u dětí předškolního věku

## Risk of Dyscalculia and Other Learning Difficulties in Mathematics in Preschool-aged Children

*Kateřina Prařáková, Anna Kucharská*

**Abstrakt:** Výzkumy potvrzují, že určité preverbální počítání je u dětí patrné již v prvních měsících života a lze je pozorovat dokonce i u zvířat. Dále je zřejmé, že budoucí problémy v matematice lze s určitou mírou pravděpodobnosti vysledovat u dětí ještě před započatím povinné školní docházky, a tedy dříve, než se setkají s formální výukou matematiky. Jedná se o předškolní věk, ve kterém dochází k rozvoji předmatematických schopností a dovedností, které lze evidovat a posuzovat. Přehledová studie je věnována možným indikátorům budoucích obtíží v matematice u dětí v předškolním věku. Zvláštní pozornost je pak věnována možnostem včasné identifikace specifické poruchy v oblasti matematických schopností a dovedností označované jako vývojová dyskalkulie.

**Klíčová slova:** Riziko dyskalkulie, odhad množství, aproximační numerický systém, specifická porucha počítání, matematické dovednosti

**Abstract:** The research confirms that certain preverbal counting is noticeable as early as the first months of children's lives and can be even observed in animals. It is further apparent that it is, with certain amount of probability, possible to trace future problems with mathematics even prior to the start of compulsory school education and thus before children come in contact with formal mathematics education. It is a preschool age, in which pre-mathematical skills and abilities are being developed to a point when we can record and assess them. The review study is dedicated to the possibilities of early identification of the mathematical learning disability known as developmental dyscalculia.

**Key words:** Risk of dyscalculia, numerosity, approximate number system, mathematical learning disabilities, mathematical skills

## Úvod

Určité předpoklady pro rozvoj matematických dovedností, jak se ukazuje, jsou u dětí pozorovatelné již v předškolním věku, do jisté míry dokonce i v prvním roce života.

U nás je již znám pojem *riziko vzniku dyslexie* či *riziko vzniku specifických poruch učení – SPU* (Kucharská, 2014) k vyjádření pravděpodobnostního modelu gramotnostních obtíží již v době, kdy se dítě zatím neučí číst a psát a diagnóza SPU tak zatím nemůže být přidělena. Kromě toho jsou u nás také k dispozici diagnostické nástroje zaměřené na identifikaci úrovně předpokladů pro rozvoj čtení a psaní a včasný záchyt potíží v jejich rozvoji (Lazarová, 1998; Švancarová & Kucharská, 2001).

Chceme-li proto hovořit o *riziku dyskalkulie*, je třeba si uvědomit, že v kontextu školního věku je téma dyskalkulie relativně málo propracované i v zahraničí, a že se jednotliví autoři různí v jejím vymezení. Vzhledem k této nejednotnosti v přístupech k dyskalkulii jako takové se zdá být problematické přesněji určit její projevy u dětí v předškolním věku a obtížné oddělit je od obecnějších indikátorů budoucích obtíží v matematice. Také některé zahraniční výzkumy (Presentación et al., 2015; Mercader et al., 2018) se zaměřily na rizikové faktory v pregramotnosti z obecnějšího hlediska, aniž by se striktně zaměřovaly přímo na *riziko vzniku dyskalkulie*. Další autoři se snažili alespoň stručně popsat mož-

né projevy dyskalkulie u dětí již v tomto věkovém období (Mazzocco, 2007; von Aster & Shalev, 2007; Stock et al., 2009; Jordan, 2010; Pandey & Agarwal, 2014; Geary, 2017). Význam přitom vidí v sestavení vhodných diagnostických nástrojů pro včasnou identifikaci rizika budoucích obtíží v matematice, které následně umožní včasné intervence (Mazzocco, 2007; Jordan, 2010; Stock et al., 2009; Purpura et al., 2015; Presentación et al., 2015).

Tato studie má za cíl předat dostupné informace o matematických schopnostech a dovednostech u dětí v předškolním věku včetně rizikových faktorů v jejich rozvoji. Další část je věnována konkrétněji tématu *rizika vzniku dyskalkulie*. Následně zmíníme také některé z diagnostických nástrojů dostupných u nás či v zahraničí, které jsou určeny k posuzování předpokladů pro rozvoj matematických dovedností, nebo i obecnějších předpokladů školní úspěšnosti, jako jsou intelektové schopnosti a školní připravenost. Záměrem zde není podat zcela vyčerpávající přehled všech dostupných metod. Vzhledem k relativnímu nedostatku u nás vhodných diagnostických materiálů k rozpoznávání předpokladů pro budoucí rozvoj matematických dovedností či dokonce nástrojů dostačujících k identifikaci *rizika vzniku dyskalkulie* u dětí v předškolním věku, ale také z důvodu nepříliš velkého výzkumného zaměření na tuto problematiku, tak chceme především poukázat na možné cesty, jimiž by se budoucí výzkum i diagnostič-

ka mohly ubírat. Závěrečná část práce shrnuje a diskutuje získané informace k tématu.

## Matematické schopnosti a dovednosti v předškolním věku

Někteří autoři (Geary, 2000; Butterworth, 2003; von Aster & Shalev, 2007; Iuculano et al., 2008; Babite & Emerson, 2018) věří, že lidským jedincům je vrozené jakési implicitní porozumění množství, pro něž se již u nás začíná ujímat označení *numerozita* (Plassová et al., 2017), (v angl. *numerosity*). Uvádějí, že děti jsou již v prvních měsících či dokonce týdnech života schopny reagovat na množství předmětů ve skupině od 1 do 3 či 4 objektů (např. hraček), rozlišovat mezi nimi a reagovat na změny v množství. Např. bylo zjištěno, že již pětiměsíční děti očekávají snížení množství, když ze sady dvou položek je jedna odebrána, a jeho zvýšení, pokud je jedna přidána (Winn, 1992, in Geary, 2000). Geary dále uvádí, že ve věku přibližně 18 měsíců jsou děti schopny porozumět jednoduchým ordinálním vztahům, např. že set dvou předmětů je více než jediná položka, ale zároveň méně než set o třech položkách. Zdá se také, že již v prvním roce života lze sledovat individuální rozdíly mezi jedinci v diskriminaci množství a v jisté míře i jejich stabilitu (Libertus & Brannon, 2010).

Zatímco se uvedené schopnosti objevují bez formálního vzdělávání, během předškolních let si děti začnou osvojovat

také číslovky (slovní označování čísel) a verbální počítání pomocí slov (např. odříkávat *jedna, dva, tři*) (Geary, 2000). Von Aster a Shalev (2007) představují vývojový model, v němž se děti postupně učí propojovat vnímaný počet (např. tři) objektů (•••) s jemu odpovídajícím slovním označením (tři) a později i s odpovídajícím číselným symbolem pomocí arabských číslic (3). Geary (2000) uvádí, že na konci předškolních let děti nejenže běžně rozumí řadovým vztahům jako *více než* a *méně než*, mají také poměrně dobré (přestože ne zcela zralé) porozumění početním konceptům a rozumí tomu, že při slovním počítání reprezentuje poslední vyslovená číslovka (např. *čtyři*) celkový počet objektů sady (Geary, 2000). Dle Kaufmanna a von Astera (2012) se děti ještě v tomto období učí (vedle rychlého rozpoznávání a porovnávání malých množství) nejen jak symbolizovat množství pomocí slov, ale také pomocí arabských číslic.

Z našich autorů se vývojem matematických schopností u dětí v předškolním věku věnuje např. Novák (2004), který vychází z výzkumů L. Košče (1977, in Novák, 2004) a který popsal jednotlivá stádia těchto schopností od *manipulace s konkrétními předměty* (a získávání zkušeností s tvarem, velikostí apod.) přes užívání *matematických pojmů* (výrazů k určení pozice v prostoru, neurčitého množství i určitých číslovek) a *stádium jednoduchého počítání* (kdy dítě obvykle na konci 5. či v průběhu 6. roku života již umí odpočítat množství a označit je

číslivkou) až po stádium *čtení a psaní číslic* rozvíjené v rámci školní docházky, přestože zejména čtení číslic se mnohdy spontánně rozvíjí již v předškolním věku. Na tyto dovednosti později navazují jednoduché aritmetické operace včetně jejich písemného vyjádření (a v dalších obdobích i abstraktnější matematické problémy). Jinými slovy lze shrnout, že přes určité individuální rozdíly dochází během předškolního věku k postupnému chápání vztahů mezi konkrétním množstvím a jeho rozmístěním v prostoru a následně i k chápání vztahů mezi čísly a postupnému rozvoji matematické logiky.

Výše uvedené poznatky do jisté míry potvrzují i výsledky longitudinálního výzkumu (Rendl, 1997, in Pražská skupina školní etnografie, 1998), který proběhl na našem území. Přestože velká část dětí při vstupu do školy již znala tzv. *číselnou řídku* (uměla mechanicky vyjmenovat pořadí čísel pomocí slov a bez porozumění množství, jaká tato čísla představují), na počátku školní docházky bylo mnoho času věnováno prohlubování porozumění množství i jeho symbolizaci nejen arabskými číslicemi, ale také znázorňování pomocí předmětů, obrázků apod.

## Předpoklady pro rozvoj matematických dovedností

Jordan (2010) uvádí tři kognitivní cesty, které považuje za základní a klíčové z hlediska jejich významu v rozvoji numerických dovedností u dětí v mateřské škole. Řadí sem lingvistické dovednosti jakožto předpoklady pro jmenování číslic; kvantitativní dovednosti jako prediktory neverbálního počítání; prostorovou pozornost jako prediktor obou typů časné numerace<sup>1</sup>. Vyčleněním a rozlišením těchto několika schopností navrhuje možné vysvětlení, proč někteří jedinci podávají relativně dobré výsledky v určitých oblastech matematiky a horší výsledky v jiných. Podobně také Bednářová a Šmardová (2015) sem řadí vedle určitého vlivu rozumových předpokladů také úroveň motoriky zajišťující manipulaci s předměty (usnadňující ucelenější vnímání jejich velikosti, tvaru apod.), správné vnímání prostoru (jakožto předpoklad pro geometrii i aritmetiku), úroveň rozvoje řeči i zrakového vnímání. Tyto schopnosti tvoří základ tzv. předčíselných představ, na jejichž základě se budují představy číselné.

V naší (Novák, 2004; Traspe & Skalková, 2013) i zahraniční (Stock et al., 2009)

<sup>1</sup> Numerace je v tomto kontextu chápána jako základní koncepty čísel a základní početní dovednosti. Obvykle se projevují již v předškolním věku, a to např. při porovnávání čísel nebo při neverbálním počítání (Jordan, 2010). Setkat se můžeme i s podrobnějším způsobem vymezení. Babite a Emerson (2013, s. 35) definují numeraci jako „*schopnost chápat smysl čísel a efektivně je používat v reálných životních situacích*“. Jejím základem je pak „*smysl pro čísla, tedy pochopení toho, co čísla představují a využití čísel k řešení reálných životních problémů*“ (tamtéž).

literatuře je možné se setkat s členěním stupňů duševního vývoje navazujícím na pojetí J. Piageta jakožto základních předpokladů pro získávání prvotních matematických dovedností. Patří sem následující schopnosti:

- **Klasifikace** – třídění prvků dle určitého kritéria či podobnosti, jako je např. tvar, barva a velikost. Někteří autoři (Stock et al., 2009; Presentación et al., 2015) použili též pojem *inkluze* (*inclusion*), jímž označují pochopení, že číslo může obsahovat další čísla; tu považují za nejvyšší formu klasifikace.
- **Seriace** – zaměření se na rozdílnost mezi prvky, schopnost řadit je dle velikosti, počtu, apod. Stock et al. ji konkrétně popisují jako schopnost třídít množství objektů dle rozdílů v jedné nebo víc dimenzích a současně ignorovat podobnosti. Novák zmiňuje také 2. typ seriace – *tranzitivitu* představující určitý druh seřazovacích vztahů vyjadřujících množství jako předpoklad pro pochopení principu rovnosti i nerovnosti, od kterého se odvíjí pochopení *reverzibility* početních operací. Sem patří např. pochopení, že „*když je něco větší než to druhé, pak to druhé musí být menší než to první a opačně*“ (Novák, 2004, s. 11). Tento

2. typ seriace se dle autora však objevuje až v pozdějším věku.

- **Konzervace** – pochopení zachování množství a počtu prvků i při změně jejich prostorového rozmístění (porozumění, že při této změně nic nepřibýlo ani neubýlo).

Novák dále uvádí schopnost **ekvivalence** (pochopení rovnosti) a **počítání** (schopnost odpočítat prvky a pojmenovat jejich celkový počet). Presentación et al. označují klasifikaci, inkluzi, seriaci a konzervaci za *logické operace* (*logical operations*) podobně jako Stock et al. (2009) užívající označení *logické schopnosti* (*logical abilities*).<sup>2</sup> Z těchto tzv. logických schopností ve své studii shledali u dětí v předškolním věku za vůbec nejsilnější ukazatel pozdějších matematických dovedností schopnost seriace.

Následující řádky jsou věnovány vybraným oblastem předpokladů pro rozvoj matematických dovedností.

## Intelektové schopnosti

Inteligenci lze definovat jako „*schopnost učit se ze zkušenosti, uvažovat v abstraktních pojmech a účelně se vypořádávat se svým prostředím*“ (Atkinson, 2003, s. 692), přestože se vymezení tohoto poj-

<sup>2</sup> Klasifikaci dle Nováka zvládají pouze některé pětileté a většina šestiletých dětí, avšak v předškolním věku děti provádějí třídění podle jedné vlastnosti, teprve v průběhu školní docházky začínají být schopny třídít podle více znaků současně. Klasifikovat lze zážitky, předměty i čísla. Seriace, která je vývojově vyšší, se dle autora objevuje mezi 6. a 7. rokem, avšak schopnost tranzitivity se do věku 7 let zpravidla neobjevuje. Podobně také schopnosti konzervace bývá dosahováno ve věku 6 až 8 let.

mu mohou různit (Vágnerová & Klégrová, 2008). Matematické schopnosti lze obecně považovat za jednu ze složek inteligence (Zelinková, 2009) a určité aspekty matematických schopností či dovedností bývají posuzovány mj. pomocí vícedimenzionálních inteligenčních testů, z nichž je u nás k dispozici např. WISC-III (Krejčířová, Boschek, & Dan, 2002), a možnostem jejich využití se budeme podrobněji věnovat níže. Vágnerová a Klégrová (2008) považují za vůbec nejčastější příčinu neúspěchu v matematice právě nedostatek nadání, upozorňují však, že u dětí v předškolním věku je nižší stabilita základu rozumových schopností než u dětí ve školním věku, u kterých již lze další rozvoj odhadovat spolehlivěji. Podobně také Mercader et al. (2018) uvádějí, že výsledky běžných inteligenčních testů mají pouze omezenou souvislost s počátky vzdělávání v matematice, a ani dle Zelinkové (2009) nelze jen z úrovně rozumových schopností jednoznačně vyvozovat úroveň zvládnutí matematiky.

Lze také předpokládat, že pro rozvoj matematických dovedností z hlediska míry jejich významu se jednotlivé složky inteligence vzájemně různí. Např. Locuniak a Jordan (2008) administrovali dětem z mateřských škol některé subtesty inteligenčních testů, a sice *Číselné řady (Digit Span)* z metody *Wechsler Intelligence Scale for Children* - WISC-IV (Wechsler, 2003, in Locuniak & Jordan, 2008), kde měly děti za úkol opakovat po examinátorovi číselné řady v původ-

ním i opačném pořadí. Dále použili subtesty *Slovník (Vocabulary)* a *Matrice (Matrix Reasoning)* z metody *Wechsler Abbreviated Scale of Intelligence* - WASI (Wechsler, 1999, in Locuniak & Jordan, 2008). Z těchto kognitivních subtestů byla největší prediktivní síla shledána u opakování číselných řad v opačném pořadí, tedy v oblasti pracovní paměti (viz níže). Vzájemně se mohou lišit také jednotlivé testy inteligence, a protože tak neměří tytéž kompetence, výsledky získané pomocí různých inteligenčních testů nemusí být zcela shodné (Vágnerová, 2005).

### Preverbální počítání

V předešlé kapitole jsme zmínili existenci jakýchsi preverbálních početních schopností, které bývají považovány za vrozené. Někteří autoři (Butterworth, 2003; Landerl et al., 2004; Jordan, 2010) je považují za základ pro rozvoj aritmetických dovedností a jejich oslabení za jeden z indikátorů obtíží v matematice (včetně dyskalkulie). Za toto implicitní porozumění množství odpovídá tzv. *aproximační numerický systém* - ANS (anglicky *approximate number system*) umožňující např. porovnat dvě skupiny předmětů dle jejich početnosti. Ten sídlí v intraparietální brázdě (intraparietálním sulku - IPS) (Szucs et al., 2013; Plasová et al., 2017).

Stock et al. (2009) zkoumali schopnost nesymbolického (neverbálního) porovnávání množství u předškolních

děti. V těchto úkolech měly děti za úkol např. určit, která z prezentovaných skupin obsahuje více objektů. Tato schopnost byla shledána jako poměrně významný prediktor pozdějších obtíží v matematice.

Přesto se vliv uvedených schopností ve vztahu k početním dovednostem u dětí školního věku zdá být méně průkazný oproti schopnosti symbolizovat množství pomocí čísel (Furman & Rubinsten, 2012). To ukazují i výsledky pilotní studie provedené u nás (Pražáková, 2017; Pražáková & Špačková, 2018), kde se jedinci s dyskalkulií lišili od účastníků z kontrolní skupiny více v přesnosti a rychlosti při porovnávání číselných symbolů dle množství, jaká symbolizují, než při nesymbolickém porovnávání množství. K tomu byla využita metoda užívající počítačovou administraci, která umožňuje měřit s poměrně velkou přesností nejen správnost odpovědí, ale také přesný reakční čas pro každou testovou položku. Podobně ani ve studii Šamajové (2018) se zatím nepodařilo spolehlivěji prokázat významnou souvislost schopnosti nesymbolického porovnávání množství a dyskalkulie, třebaže se autorka zamýšlí nad limity dosavadního a možnostmi pokračujícího výzkumu, který by mohl přinést přesnější informace. Obě uvedené studie nicméně zjišťovaly tyto schopnosti u dětí školního, nikoliv předškolního věku. Další pilotní studie z našeho prostředí (Plassová et al., 2017) administrovala úlohy tohoto typu dětem v předškolním věku, přičemž

byla sledována mozková aktivita respondentů, avšak dle dostupných informací zde nebyla zmapována souvislost mezi výsledky v těchto úlohách a úspěšností v matematice.

## Prostorové schopnosti

Jak se zdá, prostorové schopnosti mohou ovlivnit výsledky v matematice v různých oblastech. Někteří autoři zdůrazňují jejich význam pro zvládnání geometrie (Locuniak & Jordan, 2008; Vágnerová & Klégrová, 2008; Stock et al., 2009). Stock et al. dále uvádějí jako možné důsledky deficitu v této oblasti např. prohazování pořadí číslic, obtíže při práci s desetinnou čárkou, vychylování číslic ze sloupců apod.

Jak navíc upozorňuje Mazzocco (2007), již některé z výše uvedených termínů jako *více a méně* mají prostorový aspekt. Navrhuje také, že i rozpoznání zvyšování a snižování množství může být ovlivněno schopností rozpoznat rozdíly v prostorových útvarech, a že také dovednosti související s úlohami na hrubý odhad, jako např. odhad počtu hroznů v nádobě, souvisí právě s prostorovým zpracováním (Mazzocco, 2007).

## Jazykové schopnosti

Slova mohou popisovat jednak samotnou kvantitu (např. *jedna, dva, nebo tři*), dále také kategorie kvantit (*hodně, málo*), relativní množství (*více, méně*) i vztahy mezi množstvím (např. *dvakrát tolik*). Samotné memorování matematických faktů (např.

$2 + 3 = 5$ ) lze z tohoto hlediska považovat za lingvistický problém podobně jako za matematický, a to zejména v případech, kdy jedinci recitují nepochopené informace (Mazzocco, 2007).

Locuniak a Jordan (2008) spojují jazykové dovednosti se čtenářskými. Děti, které jsou navzdory obtížím v matematice zdatnými čtenáři, tak mohou své silné stránky využít ke kompenzaci svých oslabení oproti dětem, které mají problémy také ve čtení, a to např. při slovních úlohách.

## Exekutivní funkce

Exekutivní funkce lze popsat jako kognitivní komponenty, které koordinují, regulují a kontrolují kognitivní procesy během výkonu práce (Miyake et al., 2000, in Mercader et al. 2018). Presentación et al. (2015) sem řadí jednak pracovní paměť, která je jako faktor podrobněji popsána v následující části práce věnované paměťovým schopnostem, ale také inhibici. V typickém úkolu na inhibici mají děti za úkol určitým způsobem ignorovat povahu prezentovaných podnětů a např. obrázky slunce označit jako měsíc a obrázky měsíce jako slunce. Výsledky prokázaly velký vztah exekutivních funkcí a pozdějších matematických dovedností.

## Paměť

Výkony v matematice mohou být ovlivněny také pamětí, která usnadňuje vyba-

vování si matematických faktů i postupů (Mazzocco, 2007; Geary, 2017), mnemotechnických pomůcek (Mazzocco, 2007), případně samotných čísel (Pandey & Agarwal, 2014).

U dětí s poruchami učení v matematice může být oslabena schopnost vybavování čísel či aritmetických faktů z dlouhodobé paměti (Vágnerová & Klégrová, 2008; Stock et al., 2009). Jednou z částí uváděných složek paměti ve vztahu k početním dovednostem je paměť pracovní. Mnoho autorů (von Aster & Shalev, 2007; Mazzocco, 2007; Vágnerová & Klégrová, 2008; Presentación et al., 2015; Geary, 2017) ji uvádí jako důležitý předpoklad pro rozvoj matematických dovedností. Pokud sčítáme např.  $7 + 5$ , je třeba udržet v paměti obě konkrétní číslíce i další kroky, jako vybrat jednu z číslic a nezapomenout, kolik k ní přičíst, ani kdy přestat počítat. To může být pro malé děti náročné i v případě, kdy mají dobrý smysl pro množství (Mazzocco, 2007). Děti s deficitem v této oblasti tedy obtížně produkují početní postupy, obtíže jim však mohou činit také sekvence slovních prvků jako *sto padesát šest* (von Aster & Shalev, 2007).

Presentación et al. (2015) u předškolních dětí zkoumali verbální i vizuoprostorovou pracovní paměť (posuzovanou např. dle schopnosti zapamatování si pozic vybraných čísel) a prokázali tak její významnou souvislost s matematickými dovednostmi, a to zejména v případě verbální pracovní paměti. Podobně také Locuniak a Jordan (2008) shledali



pracovní paměť měřenou opakováním číselných řad pozpátku jako jeden z nejsilnějších prediktorů pozdější plynulosti počítání, zatímco prosté opakování čísel zaměřené na méně aktivní krátkodobou paměť výraznou prediktivní sílu neprokázalo.

### **Dosažené početní dovednosti jako další z prediktorů pozdější úspěšnosti v matematice**

Již to, na jaké úrovni je schopnost dětí v MŠ neverbálně počítat, porovnávat čísla na základě množství, která tato čísla symbolizují, i řešit jednoduché aritmetické výpočty na sčítání a odečítání, mohou predikovat pozdější úspěšnost v matematice (Jordan, 2010). Ačkoliv se zde nejedná přímo o schopnosti ve smyslu předpokladů, na jejichž základě se mají matematické dovednosti teprve začít rozvíjet, nýbrž o určitou úroveň již dosažených dovedností (přestože se u dětí v tomto věkovém období předpokládá jejich další rozvoj), Stock et al. (2009) shledali přesnost v počítání u předškolních dětí jako jeden z nejsilnějších prediktorů pozdější úspěšnosti v matematice ve srovnání s dalšími, k nimž patří neverbální porovnávání množství i tzv. logické operace s výjimkou *seriace* (která byla v této studii shledána jako nejsilnější ze zkoumaných prediktorů). Tito autoři rozlišují *procedurální* (*Procedural knowledge*) a *konceptuální* (*Conceptual knowledge*) aspekty znalostí ve vztahu

k aritmetickým dovednostem. Zatímco procedurální znalosti zahrnují znalost pořadí číslovek v řadě či schopnosti řešit aritmetické úlohy (např. určit počet objektů ve skupině), konceptní znalosti odrážejí pochopení principů počítání, a tedy porozumění tomu, proč postup funguje nebo zda je správný (zahrnují např. pochopení, že spočítáme-li počet objektů ve skupině, výsledek se nezmění, ani kdybychom objekty přepočítali znovu v jiném pořadí). Výzkumy (Stock et al., 2009; Locuniak & Jordan, 2008) nicméně shledaly větší prediktivní sílu ve vztahu k pozdějším aritmetickým dovednostem u procedurálních znalostí oproti konceptním. LeFevre et al. (2006, in Locuniak & Jordan, 2008) zjistili, že děti s vyššími matematickými dovednostmi byly paradoxně méně ochotné přijmout neobvyklé, byť správné postupy výpočtů. Naznačili však, že malé děti při nabývání početních dovedností do posuzování správnosti nejprve začleňují nepodstatné rysy, které s přibývajícimi zkušenostmi a formálním učením začínají opouštět.

### **Další faktory**

Dalšími možnými faktory, které ovlivňují rozvoj matematických dovedností, jsou motivace (Presentación et al., 2015; Mercader et al., 2018), socioemoční vývoj jedince zahrnující např. i úzkostnost (Geary, 2017; von Aster & Shalev, 2007), která může ovlivňovat i exekutivní funkce (Geary, 2017; Mercader et al., 2018), socioekonomický status rodičů, prostře-

dí, v němž dítě vyrůstá (Mazzocco, 2007), i další proměnné. Některé faktory jako vliv rodinného prostředí však mohou být obtížně kontrolovatelné (Locuniak & Jordan, 2008; Presentación et al., 2015).

## Riziko dyskalkulie v předškolním věku

Dle definice Mezinárodní klasifikace nemocí (MKN-10) specifická porucha počítání (F81.2), která také bývá označována jako dyskalkulie, „není vysvětlitelná pouze mentální retardací nebo nepostačující výukou. Defekt je především v neschopnosti běžného počítání, sčítání, odčítání, násobení a dělení, spíše než abstraktnějších početních úkonů, jako je algebra, trigonometrie, geometrie nebo vyšší matematika.“<sup>3</sup> Podobně jako jiné (Butterworth et al., 2011; Gillum, 2012) tak zdůrazňuje deficit především v základních početních (aritmetických) dovednostech, které nejsou primárně způsobeny nízkými rozumovými schopnostmi jedince ani neadekvátním vzděláváním (Butterworth et al., 2011; Novák, 2004; Vágnerová, 2008; Kaufmann & von Aster, 2012). Poměrně velká shoda mezi autory panuje i v tom, že se pravděpodobně jedná o trvalý vrozený stav, který má neurologické příčiny (Butterworth, 2003; Landerl et al., 2004; Gillum, 2012; von Aster & Shalev, 2007). Také studie dvojčat naznačují určitý vliv dědičnosti (Butterworth, 2003).

Z faktorů rozvoje matematických dovedností u dětí v předškolním věku uvedených v předešlé kapitole – rozumové, jazykové a prostorové schopnosti, exekutivní funkce, pracovní paměť aj. – bychom tak v kontextu *rizika vzniku dyskalkulie* vedle obtížně kontrolovatelných vlivů prostředí teoreticky mohli vyloučit negativní vliv snížených obecných intelektových schopností, které však, jak jsme uvedli, bývají v tomto období méně stabilní (Vágnerová & Klégrová, 2008). A zatímco někteří z autorů považují za možné příčiny dyskalkulie např. deficity v exekutivních funkcích (Osmon et al., 2006), v sémantické paměti (Stock et al., 2009), pracovní paměti (von Aster & Shalev, 2007; Geary, 2017), pozornosti i v jazykových funkcích (von Aster & Shalev, 2007), Iuculano et al. (2008) naopak považují za možné příčiny obtíží v matematice jiných než je dyskalkulie právě slabou pracovní i dlouhodobou paměť, pozornost či oslabení v jazykových dovednostech. Oni sami patří k autorům, kteří dyskalkulii spojují s deficitem ve výše zmíněném vnímání neboli odhadu množství (numerozitě) již na nesymbolické, a tedy preverbální úrovni. Podle dalšího autora (Gillum, 2012, s. 292) nicméně nemáme dostatečné důkazy pro to považovat oslabení ve vnímání množství za jedinou možnou příčinu dyskalkulie a Gillum si klade otázku: „*If a child has good numerosity, does it mean that they*

<sup>3</sup> Anglická verze *The International Classification of Diseases (ICD-10, 2016)* používá explicitní označení „*specific impairment in arithmetical skills*“ (specifická porucha aritmetických dovedností).

*do not have dyscalculia?“ (Pokud má dítě dobrou numerozitu, znamená to, že nemá dyskalkulii?).*

Von Aster a Shalev (2007) předpokládají nejméně dva subtypy dyskalkulie, a to „čistou“ (izolovanou) dyskalkulii a dyskalkulii vyskytující se společně s dyslexií či ADHD. Jak uvádějí, dyskalkulie je často považována za poruchu *cititu pro čísla (number sense)*, schopnosti neverbální reprezentace numerické velikosti na číselné ose, a zároveň sem řadí také schopnost porovnávat velikosti. Poukazují však na to, že ačkoliv má tato schopnost genetický základ, číselná osa se vyvíjí během předškolního i školního věku a vyžaduje další kognitivní komponenty včetně pracovní paměti a symbolizace čísel. Pro konstrukci a postupné zdokonalování prostorového obrazu číselné osy potřebuje dítě propojit porozumění velikostem se symbolikou i prostorově řazených vlastností čísel.

Von Aster a Shalev (2007) také navrhuje čtyřstupňový model numerického vývoje, který by mohl umožnit predikci možných dysfunkcí spojených s dyskalkulií i různé způsoby patologického vývoje již u dětí v raném věku. Předpokládají, že děti musí nejprve získat přibližný odhad počtu (krok 1) poskytující základní význam množství. To považují za nezbytnou podmínku k tomu, aby se naučily spojovat vnímaný počet objektů s odpovídajícím slovním označením počtu a později s arabskými číslicemi (••• → tři → 3). Jazykový způsob symbolizace (krok 2) i zápis číslicí (krok 3) jsou

dle těchto autorů předpoklady pro vývoj vnitřní (mentální) číselné osy (krok 4).

Jak dále uvádějí, pokud u dětí selže první krok, mohou se číslice a jejich slovní označení naučit fonologicky pomocí mechanické paměti, avšak bez porozumění jejich významu. Pokud je naopak narušen vývoj jazyka, ani pak nelze vytvořit spojení mezi neverbálními numerickými vlastnostmi (•••) a jejich lingvistickým symbolem (*tři*) způsobem odpovídajícím věku. To může vést k opožďování v aritmetice, početních strategiích, ukládání početních faktů apod. Děti s primárním deficitem jazyka, pozornosti či pracovní paměti obtížně ukládají a produkují početní postupy i pořadí numerických slovních prvků (např. *sto padesát šest*), nebo při zapisování arabských číslic v předškolním věku i v prvním ročníku základní školy (von Aster & Shalev, 2007).

Někteří autoři jako Osmon et al. (2006) člení dyskalkulii na subtypy dle základních deficitů, a to na skupinu jedinců s prostorovým deficitem, skupinu s deficitem v exekutivních funkcích a skupinu s dvojím (smíšeným) deficitem v prostorových i exekutivních funkcích. Von Aster a Shalev (2007) předpokládají, že zatímco děti s izolovanou dyskalkulií trpí deficity zejména ve vizuoprostorových či psychomotorických funkcích, u skupiny s komorbiditami více poruch způsobuje oslabení pozornosti, pracovní paměti a případně i opožďení řeči nejen dyslexií či ADHD, ale také limity v rozvoji symbolických i prostorových reprezentací čísel

(mentální číselné osy). To nepřímou potvrzují také výsledky některých zahraničních výzkumů (Landerl et al., 2004, 2009; Peters et al., 2018), jimiž respondenty byly děti školního věku. V subtestu zaměřeném na percepčně-prostorové schopnosti podali respondenti s izolovanou dyskalkulií statisticky významně horší výsledky oproti jedincům s izolovanou dyslexií (Landerl et al., 2009) a podobně i v dalším výzkumu (Peters et al., 2018) dosáhly děti s dyskalkulií (izolovanou či v komorbiditě s dyslexií) v této oblasti významně slabších výsledků ve srovnání s respondenty s izolovanou dyslexií i z kontrolní skupiny. Naopak v testu hodnotícím sluchovou paměť podali horší výsledky jedinci s dyslexií - ať izolovanou či v komorbiditě s dyskalkulií - oproti respondentům s izolovanou dyskalkulií (Landerl et al., 2004).

Další autoři zohledňují při popisu dyskalkulie v předškolním věku zejména získávání početních dovedností. Podle Gearyho (2017) patří mezi počáteční znaky dyskalkulie slabší porozumění numerické velikosti (např. že 7 je méně než 8), uvádí též obtíže při porozumění významu číslovek i arabských číslic, např. že slovo *čtyři* stejně jako číslice 4 reprezentují skupinu čtyř předmětů. Za jeden z nejběžnějších dlouhodobějších problémů pak považuje nejen obtíže při zapamatování si základních aritmetických faktů (např. že  $2 + 4 = 6$ ), ale také deficit v pracovní paměti vůbec.

Pandey a Agarwal (2014) považují za varovné příznaky dyskalkulie v tomto

období vedle obtíží při rozpoznávání číslovek, slabší paměti pro čísla a reprezentací toho, co čísla představují, také problémy organizovat věci logickým způsobem. Jako příklad uvádějí schopnost třídění předmětů, např. pokládání kulatých objektů na jedno místo a čtvercových na jiné. V naší literatuře se často setkáváme s členěním vývojových dyskalkulií dle Košče (1977, in Novák, 2004) se zřetelem na vývojová období dítěte, kdy se projeví. Jedním z těchto subtypů - praktagnostická dyskalkulie - zasahuje rozvoj tzv. předčíselných dovedností, které jsou předpokladem pro rozvoj chápání významu čísel i smyslů početních operací. Projevuje se právě obtížemi při členění předmětů podle jednoho či více znaků, jakou jsou barva, tvar a velikost (Novák, 2004). S tímto pojetím subtypů dyskalkulie se v zahraniční literatuře běžně nesetkáme; mezi výjimky patří právě Pandey a Agarwal (2014) či Newman (1998).

S dalším členěním subtypů dyskalkulie přicházejí Stock et al. (2009). *Procedurální subtyp* podle nich zahrnuje deficity v provádění početních postupů v aritmetických úlohách. Jedinci s tímto deficitem tak mají obtíže při sledování pořadí jednotlivých kroků při složitějších komplexních výpočtech a často používají strategie typické pro mladší děti. *Subtyp s deficitem v sémantické paměti* způsobuje, že aritmetická fakta nejsou dostatečně zautomatizována. Projevuje se tedy pomalejším vybavováním aritmetických faktů i nižší přesností v počítání pamět-

ním i písemném. S dalším subtypem se pojí *vizuoprostorový deficit* projevující se obtížemi s umístováním čísel na číselné ose, přehazováním pořadí číslic či jejich umístováním do sloupců či v geometrii. Poslední subtyp zahrnuje *deficity ve znalosti číslic*; jedinci s těmito obtížemi ztrácí přehled o struktuře numerického systému, neznají specifické pozice jednotek, desítek či stovek. Tato porucha se též může projevit při čtení, psaní a tvoření číslic.

Stock et al. (2009) upozorňují na důležitost dřívějšího rozpoznání dětí s obtížemi v matematice. Přestože konkrétně nezmiňují, jak se výše uvedené jednotlivé subtypy obtíží v matematice projevují přímo v předškolním věku, představují výzkum zaměřený na předškolní indikátory obtíží v aritmetice na konci prvního ročníku základní školy. Jak jsme již uvedli, v rámci indikátorů zkoumaných v této studii ukázala největší prediktivní sílu vzhledem k pozdějším aritmetickým dovednostem schopnost seriace, dále pak znalost procedurálních početních postupů. O menší pak ukázaly schopnosti porovnávat množství (kde měly děti určit, ve kterém setu se nachází více bodů), konzervace a klasifikace. Nejmenší prediktivní sílu měly zde konceptuální znalosti (tj. porozumění správnosti daným postupům – viz výše).

## **Možnosti posouzení matematických schopností a dovedností u dětí předškolního věku**

Už samotná úroveň matematických dovedností u dětí v předškolním věku má poměrně velkou prediktivní sílu vzhledem k pozdějším početním dovednostem (Stock et al., 2009; Jordan, 2010). Případná rizika v rozvoji těchto dovedností lze během předškolního věku odhadovat také z jiných dílčích schopností. Tato část práce je věnována příkladům některých (vybraných) diagnostických a screeningových nástrojů využitelných při zjišťování předpokladů pro rozvoj matematických dovedností u dětí předškolního věku, a to u nás či v zahraničí. Kromě metod zaměřených přímo na tuto oblast předpokladů, které jsou dostupné spíše v zahraničí, se zde dotkneme i dalších, které jsou určeny pro zjišťování obecnějších předpokladů pro budoucí školní úspěšnost, a zároveň umožňují porovnávat také jednotlivé dílčí schopnosti testovaných jedinců. K těmto metodám patří testy inteligence a testy školní připravenosti.

### **Možnosti využití inteligenčních testů v předškolní diagnostice**

U nás jsou k dispozici testy inteligence, které umožňující diagnostiku rozumových schopností u dětí ještě před nástupem do školy, a to včetně testů vícedimen-

zionálních, umožňujících kromě výpočtu celkového IQ porovnání výkony dítěte v různých oblastech a sledování případné diskrepance mezi těmito výkony. Všechny z níže uvedených metod v různé míře prověřují také některé oblasti matematických schopností či dovedností.

Mezi metody, jimiž lze u nás posuzovat intelektové výkony u dětí již před dosažením 3. roku života, patří *S-B: Stanford-Binetův test inteligence*. U nás je k dispozici český překlad jeho 4. revize (Směkal, 2005). Dalším příkladem je *ABC: Kaufmanova hodnotící baterie pro děti*, jejíž překlad zajistili Poledňová a Volkmer (2000). Obě metody v různé míře prověřují výkony v různých oblastech včetně verbálních, paměťových, matematických aj. Za jejich slabinu lze považovat skutečnost, že ani jedna neprošla českou standardizací a dostupné zahraniční normy jsou již poměrně zastaralé.

Jednou novějších testových metod je *IDS: Inteligenční a vývojová škála pro děti ve věku 5–10 let* (Krejčířová et al., 2013). Na rozdíl od výše uvedených prošla také českou standardizací. Kromě hodnoce-

ní kognitivních schopností, z nichž se určuje hodnota IQ, k nimž patří mj. vnímání, pozornost a paměť, lze pomocí IDS hodnotit také další, a to včetně screeningu matematických dovedností pomocí subtestu *Logicko-matematické myšlení*<sup>4</sup>. Subtest sleduje výkony dětí při řešení úkolů, které jsou v různé míře otevřené, a děti jsou vybízeny, aby hledaly vlastní způsoby řešení, které mají slovně formulovat a diskutovat s examinátorem.

Mezi zřejmě nejčastější inteligenční testy v naší praxi patří *Wechslerovy zkoušky inteligence*. Pro děti ve věku 6–16 let je českým psychologům k dispozici třetí vydání *WISC-III: Wechslerovy inteligenční škály pro děti* (Krejčířová, Boschek, & Dan, 2002).<sup>5</sup> Součástí českého standardizačního souboru byly i děti z mateřských škol. Škála zahrnuje verbální i neverbální úlohy, z nichž některé jsou časově limitované. Ve výsledcích různých subtestů se odráží např. úroveň slovního porozumění, percepčně-prostorových schopností, paměti, schopnosti koncentrace pozornosti aj. Zahrnuje také subtest *Počty*<sup>6</sup>.

Jak lze odhadovat ze zahraničních

<sup>4</sup> Výsledky tohoto subtestu nejsou zahrnuty do výpočtu IQ, protože autoři počítají se skutečností, že mohou být ovlivněny školní výukou i rodinným prostředím, z něhož testované dítě pochází. Subtest je možné administrovat již dětem ve věku 5 let. Nejjednodušší úlohy sledují schopnost dítěte spočítat a určit počet objektů, další posuzují mj. tzv. *invarianci množství* – určení, zda se změnil počet objektů poté, co se zvětšily jejich rozestupy; dítě má přitom možnost sledovat proces změny prostorového rozmístění prezentovaných objektů.

<sup>5</sup> Vágnerová & Klégrová zmiňují také britskou verzi *WPPSI-III: Wechsler Pre-school and Primary Scale* určenou dětem ve věku od 2, 5 let do 7 let a 3 měsíců (Wechsler, 2004, in Vágnerová & Klégrová, 2008).

<sup>6</sup> Subtest *Počty* patří podle Vágnerové a Klégrové (2008) pro děti s poruchou počítání mezi nejobtížnější, a to nejen z důvodu omezených počtářských dovedností těchto dětí, ale také vlivem oslabení

výzkumů či poznatků uvedených výše (srov. Landerl et al., 2004, 2009; von Aster & Shalev, 2007; Locuniak & Jordan, 2008; Vágnerová & Klégrová, 2008; Presentación et al., 2015; Peters et al., 2018), u dětí s poruchami učení v matematice (příp. s rizikem rozvoje těchto poruch) lze kromě subtestů zaměřených na matematiku očekávat nižší výsledky zejména v subtestech zaměřených na percepčně-prostorové schopnosti (např. *Kostky* z WISC-III) a/nebo exekutivní funkce (např. v subtestu *Kódování* nebo při zpětném opakování číselných řad v subtestu *Opakování čísel* z WISC-III), méně pak v subtestech posuzujících např. úroveň slovní zásoby<sup>7</sup> (např. v subtestu *Slovník* z WISC-III) v závislosti mj. také na konkrétních subtýpech těchto poruch.

## Možnosti využití testů školní připravenosti v diagnostice dětí

Rizikové faktory ve vývoji předškolních dětí lze sledovat také v rámci posuzování

školní připravenosti. Následující řádky představují novější z metod dostupných u nás.

V rámci testové baterie *Diagnostika školní připravenosti* (Bednářová & Šmardová, 2015), zaměřující se na různé aspekty školní zralosti včetně zrakové diferenciacce, fonologického uvědomování, grafomotoriky i prostorové orientace, je u dětí na konci předškolního věku i během prvního pololetí na základní škole možné posuzovat také předčíselné představy a schopnosti jednoduchého počítání (např. určování počtu prvků ve skupině či porovnávání množství). Nejedná tak o metodu zaměřenou výhradně na matematické schopnosti, na druhou stranu nám díky jednotlivým subtestům umožňuje posoudit školní předpoklady daného dítěte z více hledisek a porovnat výsledky jednotlivých subtestů mezi sebou.

Dalším příkladem je *MATERS: Test mapující připravenost pro školu* (Vlčková & Poláková, 2013, in NUV, online). Posuzuje 10 různých vývojových oblastí

---

exekutivních funkcí i v důsledku pomalejšího pracovního tempa. Butterworth (2003) nicméně nepovažuje dané časové limity za dostatečné pro diferenciaci mezi dětmi s obtížemi v matematice, které dané úkoly zvládnou s větší námahou, s pomocí prstů či na hranici časového limitu, a dětmi bez těchto obtíží, které je zvládají bez námahy a s větší časovou rezervou. Výsledky jsou navíc i zde do značné míry závislé na výsledcích školního vzdělávání (např. vhodnosti výukových metod).

<sup>7</sup> U některých dětí s poruchami počítání se dle Vágnerové a Klégrové (2008) mohou projevit problémy s uchováváním symbolických informací vč. verbálních, což se může projevit v subtestech hodnotících slovní zásobu i dlouhodobou paměť. Jak jsme uvedli výše, Locuniak a Jordan (2008) shledali u předškolních dětí větší prediktivní sílu vzhledem k pozdějším matematickým dovednostem spíše v oblasti pracovní paměti než ve *Slovníku* z metody WASI (Wechsler, 1999, in Locuniak & Jordan, 2008); přesto matematika zahrnuje mj. také jazyk (Landerl et al., 2004; Mazzocco, 2007) a jazykový deficit může způsobovat problémy (vedle jiných) i v této oblasti schopností (von Aster & Shalev, 2007).

zahrnujících vizuomotoriku, pozornost, řeč aj.

Obě uvedené metody jsou určeny psychologům i speciálním pedagogům.

## Testy matematických schopností a dovedností pro děti v předškolním věku

V některých zemích již začaly vznikat testy posuzující rozvoj matematických schopností či dovedností u dětí v předškolním věku. V následujících řádcích uvedeme několik příkladů.

*TEDI-MATH: Test para el diagnóstico de las competencias básicas en matemáticas* (Grégoire, Noël, & Van Nieuwenhoven, 2005, in Presentación et al., 2015) obsahuje subtesty určené k posouzení následujících dovedností: *počítání (counting)* – posouzení, do jakého čísla dítě dokáže počítat popořadě i pozpátku, během určeného limitu; *číslování (numbering)* zahrnující znalosti arabského i ústního numerického systému; tzv. *logické operace* (klasifikace, seriace, konzervace a inkluze)-(viz výše); *aritmetické operace* podporované obrazy s aritmetickým a verbálním formátem.

Podobně také ve Finsku je k dispozici metoda *Early Numeracy Test, Finnish Edition* (Van Luit et al., 2006, in Aunio & Niemivirta, 2010) určená dětem ve věku od 4 do 8 let. Metoda posuzuje schopnosti jako klasifikace, seriace, užívání číslovek a porozumění číslům. Administrace trvá přibližně 30 minut.

Dalším příkladem je *The TEMA-3: Test*

*of Early Mathematics Ability – Third Edition* (Ginsburg & Baroody, 2003, in Purpura et al., 2015) a dle dostupných informací měří formální i neformální numerické dovednosti. Metoda je určena pro děti ve věku 3–8 let.

Dle našich nejlepších znalostí u nás v současné době není k dispozici testová baterie zaměřená výhradně na matematické schopnosti či dovednosti, která by současně byla určena primárně dětem v předškolním věku. Jisté využití však nabízí testová baterie *DISMAS: Diagnostika struktury matematických schopností* (Traspe & Skalková, 2013). Metoda je zaměřená přímo na matematické schopnosti a je standardizována pro děti od konce předškolního věku (využitelná je i při vyšetření školní zralosti) do věku kolem 11 let. Mj. ověřuje znalost srovnávacích pojmů (např. *větší-menší*), pojmů prostorových (*nahoře-dole*), z Piagetových zkoušek také schopnosti seriace (řazení předmětů dle velikosti), klasifikace (třídění), konzervace (zachování množství při změně prostorového uspořádání předmětů). Dále ověřuje schopnosti jmenování číselných řad vzestupně i sestupně od zadaného čísla, představy čísel a jiné. Přestože se tedy nejedná o metodu určenou výhradně předškolním dětem, lze ji využít i v tomto období. Určena je především pro psychology a speciální pedagogy v oblasti školství (pracovníkům pedagogicko-psychologických poraden, speciálně pedagogických center, školních poradenských pracovišť apod.), využití nabízí i klinickým psychologům.



## Závěry a diskuse

Jak vyplývá z dostupných informací, již v předškolním věku lze s určitou mírou pravděpodobnosti vysledovat rizikové faktory v rozvoji matematických dovedností. V rámci této přehledové studie jsme si kladli za cíl zaměřit se zejména na riziko rozvoje specifické poruchy počítání známé jako dyskalkulie. To se vzhledem k relativnímu nedostatku informací k tématu, nejednotné terminologii a vymezení dyskalkulie jako takové jeví jako problematické. Riziko vzniku dyskalkulie je tak obtížné striktně oddělit od rizika vzniku jiných (nespecifických) obtíží v matematice. Na druhou stranu se domníváme, že zjistí-li se u dítěte v předškolním věku oslabení v některých oblastech schopností, v obou případech (bez ohledu na jejich specifičnost) je vhodné dítěti zajistit odpovídající péči a pomoci mu oslabené schopnosti rozvíjet.

Předešlé kapitoly představují některé výzkumy hledající vztahy mezi určitými schopnostmi dětí v předškolním věku a pozdějšími početními dovednostmi. Nutno podotknout, že uvedené studie zkoumaly předškolní předpoklady ve vztahu k matematickým dovednostem v prvních letech školní docházky, proto z nich nelze přesněji vyvozovat míru zvládnání matematiky v pozdějších letech (např. na 2. stupni základní školy).

Jak se zdá, mezi klíčové indikátory pozdějších matematických dovedností patří odhad množství (nejprve nesymbolický, později také schopnost symboli-

zace množství pomocí čísel), prostorové schopnosti, exekutivní funkce – z nichž hraje zásadní roli zejména pracovní paměť, ale také již dosažené početní dovednosti.

Zajímavá zjištění přinesli např. Stock et al. (2009), kteří se ve své studii snažili rozpoznat děti s rizikem pozdějších poruch učení v matematice a dokázali správně identifikovat 77 % dětí, zjišťovali mj. také význam předčíselných schopností klasifikace, seriace a konzervace, které i u nás bývají spojovány s matematickými schopnostmi (Novák, 2004) i součástí některých diagnostických nástrojů (Traspe & Skalková, 2013). Jak vyplynulo z výsledků výzkumu, všechny tyto schopnosti mají určitý prediktivní význam, ne však stejný; jako nejsilnější prediktor pozdějších obtíží se z těchto schopností ukázala seriace, jako další významný faktor (významnější než klasifikace i konzervace) se v tomto výzkumu ukázaly procedurální znalosti počítání (Stock et al., 2009), tedy schopnosti provádět jednoduché početní operace.

Zkoumání vztahu početních dovedností a budoucí úspěšnosti v matematice má jistě svá omezení. Locuniak a Jordan (2008) se u předškolních dětí zaměřili na screening plynulosti počítání ve druhé třídě základní školy. Do skupiny dětí s rizikem pozdějších obtíží zařadili takové, které v době docházky do mateřské školy podaly ve screeningové baterii zaměřené na tzv. cit pro čísla výkon pod 25. percentilem. Tím dokázali úspěšně vyloučit 84 % dětí, u nichž ve druhé třídě

základní školy nebyly shledány obtíže v plynulosti počítání. Úspěšně však identifikovali pouze 52 % dětí s pozdějšími obtížemi, přestože ze zbývajících 48 % dětí přibližně polovina podala relativně nízké výkony mezi 25. a 50. percentilem. Jako jeden z možných faktorů relativně vysokého počtu tzv. falešně identifikovaných dětí jako dětí s rizikem obtíží zvažují vliv vzdělávání, který vnímají jako obtížně kontrolovatelný.

Autoři nicméně považují plynulost počítání za nezbytný, nikoliv dostatečný předpoklad pro dosažení matematických dovedností na vyšší úrovni. Jako analogii uvádějí plynulost dekodování textu a porozumění čtenému. To by také mohlo souviset s výsledky některých výzkumů (Locuniak & Jordan, 2008; Stock et al., 2009), z nichž vyplynulo, že procedurální znalosti mohou být oproti konceptuálním (které se více vztahují k porozumění početním principům) silnějším prediktorem pozdějších aritmetických dovedností (Stock et al., 2009) či plynulosti počítání (Locuniak & Jordan, 2008). Nezkoumali však sílu těchto prediktorů ve vztahu k dalším (vyšším) oblastem matematiky jako je algebra.

Jak bylo uvedeno výše, prostorové schopnosti najdou své uplatnění nejen v geometrii, zdá se také, že by mohly souviset i s neverbálním odhadem množství (Mazzocco, 2007; von Aster & Shalev, 2007). Právě vnímání množství a schopnost jeho symbolizace pomocí čísel považují někteří z autorů (Butterworth, 2003; Landerl et al., 2004) za

klíčové schopnosti, na jejichž základě se rozvíjí matematické, zejména aritmetické dovednosti. Obtíže v této oblasti zase považují za jeden z nejdůležitějších a klíčových indikátorů dyskalkulie. Někteří autoři (Osmon et al., 2006; Von Aster a Shalev, 2007; Stock et al., 2009) nicméně považují deficity v prostorových dovednostech za projev jednoho ze subtypů dyskalkulie, zatímco další vidí v oblasti exekutivních funkcí (Osmon et al., 2006; Von Aster & Shalev, 2007), popřípadě paměťových schopností (Stock et al., 2009). Von Aster a Shalev (2007) dokonce naznačují, že by se deficit v exekutivních funkcích mohl týkat spíše jedinců s komorbiditami více poruch (např. souběhu dyskalkulie s dyslexií či ADHD), zatímco deficit ve vizuoprostorových schopnostech spíše jedinců s izolovanou dyskalkulií. To nepřímou naznačují i výsledky studií autorů Landerl et al. (2004, 2009), kteří porovnávali skupiny dětí ve školním věku s komorbiditami dyslexie a dyskalkulie i skupiny dětí s pouze jednou z těchto poruch učení. Jedinci s izolovanou dyskalkulií zde podali signifikantně horší výsledky v subtestu *Kostky* z německé verze WISC-III zaměřeném na percepčně-prostorové dovednosti oproti jedincům s izolovanou dyslexií (2009), přestože lze za jedno z omezení tohoto výzkumu považovat absenci dětí s ADHD. Podobně i v nedávném výzkumu autorů Peters et al. (2018) měli jedinci s dyskalkulií (ať izolovanou či v souběhu s dyslexií) horší výkony v této oblasti oproti responden-

tům s izolovanou dyslexií i z kontrolní skupiny. Oproti tomu v opakování číselných řad popředu i pozpátku (v subtestu *Opakování čísel* z britské verze WISC-III) podali horší výsledky jedinci s dyslexií (ať izolovanou či v komorbiditě s dyskalkulií) oproti respondentům s izolovanou dyskalkulií (Landerl et al., 2004), přestože v dalším výzkumu (Landerl et al., 2009) podali v téže oblasti signifikantní výsledky pouze jedinci s komorbiditou dyslexie a dyskalkulie oproti všem ostatním zkoumaným skupinám.

V neposlední řadě je třeba se zamyslet nad možnostmi intervence u dětí s rizikem pozdějších obtíží, jejíž význam také zmiňují někteří zahraniční autoři (např. Locuniak & Jordan, 2008; Stock et al., 2009; Geary, 2017). Lze předpokládat, že se vzdělávací systémy liší napříč různými zeměmi, a tedy i přístupy k výuce matematických či předčíselných dovedností i k identifikaci rizikových faktorů v jejich vývoji. Kromě způsobů vzdělávání dětí v mateřských školách je třeba zvážit také faktor rodinného prostředí.

Protože u nás je, jak se zdá, matematické pregramotnosti věnována zatím spíše okrajová pozornost, domníváme se, že by mohlo být užitečné výše uvedené informace výzkumně ověřit také v našich podmínkách, a to včetně mapování prediktivní síly stávajících diagnostických metod použitelných u dětí předškolního věku vzhledem k pozdější úspěšnosti v matematice, případně by bylo vhodné vytvořit diagnostické nástroje zaměřené přímo na včasnou identifikaci schop-

ností a dovedností nutných pro rozvoj matematické gramotnosti. Současně by bylo vhodné podpořit povědomí o celé problematice – i když je v naší literatuře tradičně uváděno, že dyskalkulií trpí méně jedinců než dyslexií a dalšími poruchami z hlediska jazyka – bylo by žádoucí více prezentovat možnost sledování vývoje dětí z hlediska předmatematických dovedností a časných matematických dovedností. Je známo, že matematické učivo na sebe navazuje, že neosvojení si jedné části učiva ovlivní i vyšší úroveň. Proto je nutné identifikovat případné potíže včas, aby bylo možné včas zahájit i odborné intervence. Zdá se navíc, že u nás jsou odhady prevalence dyskalkulie relativně nižší než by odpovídalo odhadům zahraničních autorů (srov. Novák, 2004; Vágnerová, 2005; Szucs et al., 2009; Kuhn, 2015) a je otázkou, kolik dětí s dyskalkulickými obtížemi zůstává neidentifikováno.

Často se také hovoří o tom, že matematika patří mezi méně oblíbené či náročnější předměty (Hannell, 2013; Smetáčková, 2014). Proto by bylo vhodné také řešit formu případných diagnostických úloh či diagnostických nástrojů, aby nebyly děti připravenými zkouškami stresovány či demotivovány. Pro další výzkumy by proto mohlo být zajímavé využití počítačových metod, které se již v zahraničí osvědčily ve výzkumech (Landerl et al., 2009; Szucs et al., 2013) i v diagnostice (Butterworth, 2003) a které by nejenže umožnily určení jak přesnosti (správnosti), tak i přesného

reakčního času odpovědi respondentů, a usnadnit tak i vyhodnocování výsledků administrátorům. Ukazuje se, že jedinci s obtížemi v matematice, kteří již započali školní docházku, vykazují signifikantně delší reakční čas oproti jedincům bez těchto obtíží v úkolech zaměřených na neverbální porovnávání množství, a především v úkolech zaměřených na práci s číselnými symboly, avšak tento jev byl zatím podrobněji zkoumán u dětí ve školním, nikoliv v předškolním věku. Za zvážení stojí i možnost využít v dalších výzkumech tabletů – domníváme se, že by pro děti mohly být uživatelsky příjemnější (např. mohou volit své odpovědi přímo na dotykové obrazovce, nikoliv pomocí klávesnice či myši počítače). Předpokládáme také, že testovaným dětem by se takové metody mohly jevit jako více atraktivní.

Předpokládáme, že zajímavé výsledky by mohlo přinést i důkladnější zkoumání některých výše uvedených schopností – exekutivní funkce, paměťové schopnosti, prostorové schopnosti, neverbální odhad množství aj. – měřitelných již v předškolním věku i u dětí ve školním věku, a to ve vztahu k jejich matematickým dovednostem. Protože jsou, jak předpokládáme, relativně méně ovlivněny formální výukou i domácí přípravou, mohly by v budoucnu při diagnostice pomoci rozlišit, zda jsou případné obtíže dítěte způsobeny spíše nedostatečným či neadekvátním vzděláním (např. nevhodnými výukovými metodami ve škole, nedostatečnou domácí přípravou apod.) či skutečně nižšími předpoklady pro rozvoj matematických dovedností.

## Literatura

- Atkinson, R. L. (2003). *Psychologie*. Praha: Portál.
- Aunio, P., Niemivirta, M. (2010). Predicting children's mathematical performance in grade one by early numeracy. *Learning and Individual Differences*, 20(5), 427–435.
- Babite, P., & Emerson, J. (2018). *Dítě s dyskalkulií ve škole*. Praha: Portál.
- Bednářová, J., & Šmardová (2015). V. *Diagnostika školní připravenosti, varianta pro školská poradenská zařízení*. Brno: Pedagogicko-psychologická poradna Brno.
- Butterworth, B. (2003). *Dyscalculia Screener*. London: nferNelson.
- Furman, T., & Rubinsten, O. (2012). Symbolic and non symbolic numerical representation in adults with and without developmental dyscalculia. *Behavioral and Brain Functions*, 8, 55–69.
- Geary, D. (2000). From infancy to adulthood: the development of numerical abilities. *European Child & Adolesc Psychiatry*, 9(2), 11–16.
- Geary, D. (2017). Dyscalculia at an Early Age. [online]. [cit. 2018-08-26]. Dostupné z: <http://www.child-encyclopedia.com/sites/default/files/textes-experts/en/897/dyscalculia-at-an-early-age.pdf>

- Gillum, J. (2012). Dyscalculia: issues for practice in educational psychology. *Educational Psychology in Practice*, 28(3), 287-297.
- Hannel, G. (2013). *Dyscalculia. Action plans for successful learning in mathematics*. New York: Routledge.
- Iuculano, T., Tang, J., Hall, Ch. W., & B. Butterworth, B. (2008). Core information processing deficits in developmental dyscalculia and low numeracy. *Developmental Science* 11(5), 669-680.
- Jordan (2010). Early Predictors of Mathematics Achievement and Mathematics Learning Difficulties. [online]. [cit. 2018-08-26]. Dostupné z: <http://www.child-encyclopedia.com/numeracy/according-experts/early-predictors-mathematics-achievement-and-mathematics-learning>
- Kaufmann, L., & von Aster, M. (2012). The diagnosis and management of dyscalculia. *Dtsch Arztebl Int*, 109(45), 767-78. DOI: 10.3238/arztebl.2012.0767
- Kucharská, A. (2014). *Riziko dyslexie: pregramotnostní schopnosti a dovednosti a rozvoj gramotnosti v rizikových skupinách*. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta.
- Krejčířová, D., Boschek, P., & Dan, J. (2002). *WISC-III: Wechslerova inteligenční škála pro děti*. Praha: Testcentrum.
- Krejčířová, D., Urbánek, T., Širůček, J., & Jabůrek, M. (2013). *IDS: Inteligenční a vývojová škála pro děti ve věku 5-10 let*. Praha: Testcentrum.
- Landerl, K., Bevan, A., & Butterworth, B. (2004). Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: a study of 8-9-year-old students. *Cognition* 93(2), 99-125.
- Landerl, K. Fussenegger, B. Moll, & K. Willburger, E. (2009). Dyslexia and dyscalculia: Two learning disorders with different cognitive profiles. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103(3), 309-324.
- Lazarová, B. A. (1999). *Inizan: Prediktivní baterie čtení. Metodický materiál IPPP ČR Praha*. Praha: IPPP ČR.
- Libertus, M. E., & Brannon, E. M. (2010). Stable individual differences in number discrimination in infancy. *Developmental Science*, 13(6), 900-906.
- Locuniak, M. N., & Jordan, N. (2008). Using Kindergarten Number Sense to Predict Calculation Fluency in Second Grade. *Journal of Learning Disabilities*, 41(5), 451-459.
- Mazzocco, M. M. (2007). Early predictors of mathematical learning difficulties: Variations in children's difficulties with math. *Exchange*, 151, 51-54
- Mercader, J., Miranda, A., Presentación, J. M., Siegenthaler, R., & Rosel, J. F. (2018). Contributions of Motivation, Early Numeracy Skills, and Executive Functioning to Mathematical Performance. A Longitudinal Study. *Frontiers in Psychology*. [online]. [cit. 2018-08-26]. Dostupné z: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC5775518/>.
- Newman, R. (1998). *The Dyscalculia Syndrome* [online]. [cit. 2017-09-07]. Dostupné z: [https://7c2ef9f1-a-4a324023-s-sites.googlegroups.com/a/dyscalculia.org/math/thesis.pdf?attach\\_auth=ANoY7cr0VNNUt846-Eje2QmkRLHi0gTycyolQV5O\\_HJ9m0RtxzA4hkE5hjJoHDxJT-2ehMrmZTzpMYlCj9qmiNETMjBBDPiWb-MjeA8JB1Nywncvc2t-5tRKOa1o72LSEqA9k4x421\\_](https://7c2ef9f1-a-4a324023-s-sites.googlegroups.com/a/dyscalculia.org/math/thesis.pdf?attach_auth=ANoY7cr0VNNUt846-Eje2QmkRLHi0gTycyolQV5O_HJ9m0RtxzA4hkE5hjJoHDxJT-2ehMrmZTzpMYlCj9qmiNETMjBBDPiWb-MjeA8JB1Nywncvc2t-5tRKOa1o72LSEqA9k4x421_)

RlaUxA62gE9Lx7pGplaaBAs8RZSz7pBT4Z3Cd\_DUpwFnnXxQnGROAtLGbfug4zHBIN&attributedirects=0

- Novák, J. (2004). *Dyskalkulie: [specifické poruchy počítání] : metodika rozvíjení základních početních dovedností*. Havlíčkův Brod: Tobiaš.
- Osmon, D. C., Smerz, J. M., Braun, M. M., & Plambeck, E. (2006). Processing Abilities Associated with Math Skills in Adult Learning Disability. *Journal of Clinical and Experimental Neuropsychology*, 28(1), 84–95.
- Pandey, S., & Agarwal, S. (2014). *Dyscalculia: A Specific Learning Disability Among Children*. Scientific and Technical Information Processing. 4(2), 912–918.
- Peters, L., Bulthé, J., Daniels, N., Op de Beeck, H., & De Smedt, B. (2018). Dyscalculia and dyslexia: Different behavioral, yet similar brain activity profiles during arithmetic. *NeuroImage: Clinical* 18 (2018), 663–674.
- Plassová, M., Stuchlíková, I., & Vavrečka, M. (2017). Úvod do aproximálního numerického systému. *Pedagogika*, 67(2), 161–176.
- Poledňová, I., & Volkmer, J. (2000). *Kaufmanova hodnotící baterie pro děti*. Brno, Bratislava, Psychodiagnostika.
- Pražáková, K. (2017). *Přesnost a rychlost ve vnímání množství u jedinců s dyskalkulií* (Diplomová práce). Praha: PedF UK.
- Pražáková, K., & Špačková, K. (2018). Přesnost a rychlost ve vnímání množství u jedinců s dyskalkulií. *Gramotnost, pregramotnost a vzdělávání*, 2(2), 69–90.
- Pražská skupina školní etnografie. (1998). *První třída: příloha závěrečné zprávy o řešení grantového projektu GA ČR 406/94/1417 - leden 1997: „Žák v měnících se podmínkách současné školy“*. Praha: Pedagogická fakulta Univerzity Karlovy. 169–228.
- Presentación, M. J., Siegenthaler, R., Pinto, V., Mercader, J., & Miranda, A. (2015). Math Skills and Executive Functioning in Preschool: Clinical and Ecological Evaluation. *Revista de Psicodidáctica*, 20(1), 65–82.
- Purpura, J. D., Reid, E. E., Eiland, M. D., & Baroody, J. A. (2015). Using a Brief Preschool Early Numeracy Skills Screener to Identify Young Children With Mathematics Difficulties. *School Psychology Review*. 44(1), 41–59.
- Smékal, V. (1995). *Stanfordský Binetův inteligenční test IV. revize: Příručka pro administraci a skórování*. Bratislava: Psychodiagnostika a.s.
- Smetáčková, I. (2014). Domácí příprava v matematice (na pozadí vztahu mezi rodinou a školou). *Pedagogika*, 44(2), 212–225.
- Stock, P., Desoete, A., & Roeyers, H. (2009). Screening for mathematical disabilities in kindergarten. *Developmental Neurorehabilitation*, 12(6), 389–396.
- Szucs, D., Devine, A., Nobes, A., Gabriel, F., & Soltesz, F. (2013). Developmental dyscalculia is related to visuo-spatial memory and inhibition impairment. *Cortex*, 49(10), 2674–2688.

- Šamajová, V. (2018). *Vztah nesymbolických početních schopností a dyskalkulie* (Diplomová práce). Brno: FSS MU.
- Švancarová, D., & Kucharská, A. (2001). *Test rizika poruch čtení a psaní pro rané školáky*. Praha: Scientia.
- Test mapující připravenost na školu (MATERS). [online] [cit. 2019-06-26]. Dostupné z: <https://objednavky.nuv.cz/nastroj/30003-test-mapujici-pripravenost-na-skolu-maters>.
- Traspe, P., & Skalková, I. (2013). *Dismas: Diagnostika struktury matematických schopností*. Praha: Národní ústav pro vzdělávání.
- Vágnerová, M. (2005). *Školní poradenská psychologie pro pedagogy*. Praha: Karolinum.
- Vágnerová, M., & Klégrová, J. (2008). *Poradenská psychologická diagnostika dětí a dospívajících*. Praha: Karolinum.
- Von Aster, M. G., & Shalev, R. S. (2007). Number development and developmental dyscalculia. *Developmental Medicine & Child Neurology* 2007, 49, 868–873.
- Zelinková, O. (2009). *Poruchy učení: dyslexie, dysgrafie, dysortografie, dyskalkulie, dyspraxie, ADHD*. Praha: Portál.

**Mgr. Kateřina Pražáková**  
**doc. PaedDr. PhDr. Anna Kucharská, Ph.D.**

Pedagogická fakulta, Katedra psychologie  
Univerzita Karlova  
[katerina.prazakova@mensa.cz](mailto:katerina.prazakova@mensa.cz)  
[anna.kucharska@pedf.cuni.cz](mailto:anna.kucharska@pedf.cuni.cz)