

# Matematická pregramotnost v českém předškolním vzdělávání

## Mathematical pre-literacy in Czech preschool education

*Eva Nováková*

**Abstrakt:** Příspěvek se zaměřuje na problematiku matematické pregramotnosti v různých souvislostech: v předškolním kurikulu, ve výzkumu, v profesní přípravě učitelů mateřských škol. V předškolním věku, kdy se formují základy pozdějšího kvalitního a efektivního matematického vzdělávání, má rozvíjení matematické pregramotnosti nezastupitelné místo v rozvoji celé osobnosti dítěte. V teorii i praxi předškolního vzdělávání je jí však věnována malá pozornost. Odrazem této skutečnosti je nízký počet výzkumných šetření i teoretických studií, které se na danou oblast zaměřují. Cílem studie je vymezit pojem matematické pregramotnosti; zasadit jej do celkového kontextu českého předškolního vzdělávání; zmapovat jeho potenciál v současném předškolním kurikulu; shrnout některé poznatky z výzkumných šetření v českém prostředí a na konkrétním příkladu z jedné vysoké školy podtrhnout význam této problematiky v přípravném vzdělávání učitelů mateřských škol. Ve shodě se stanoveným cílem je příspěvek strukturován. Použitý přístup poskytl komplexní pohled na problematiku a upozornil také na možnosti promítnutí různých aspektů matematické pregramotnosti do profesní přípravy učitelů mateřských škol.

**Klíčová slova:** předškolní vzdělávání, matematická gramotnost, matematická pregramotnost, dítě předškolního věku, mateřská škola, profesní příprava učitelů mateřských škol

**Abstract:** The paper focuses on the issue of mathematical pre-literacy in various contexts: in preschool curriculum, in research, in training of kindergarten teachers. In preschool age, when the foundations of later quality and efficient mathematical education are being formed, the development of mathematical pre-literacy is irreplaceable in the development of the children's personality. Contrary to this importance, little attention is paid to it in the theory and practice of preschool education. This fact is reflected by the low number of researches and theoretical studies that focus on this area. The aim of the study is to define the concept of mathematical

literacy; place it in the overall context of preschool education in the Czech Republic; to map its potential in the current preschool curriculum; to summarize some findings from research in the Czech environment and to emphasize the importance of this issue in the training of kindergarten teachers on an example seen at a specific university. The paper is structured in accordance with the set goal. The approach we used provides a comprehensive view of the issue and also draws attention to the possibilities of projecting various aspects of mathematical pre-literacy into the teacher training of kindergarten teachers.

**Key words:** preschool education, mathematical literacy, mathematical pre-literacy, preschool-age child, kindergarten, training of kindergarten teachers

## Úvod

Předškolní výchově a vzdělávání dětí předškolního věku je v posledních desetiletích věnována mimořádná pozornost. Zlepšení výchovy a péče o děti od narození až po jejich vstup do systematického školního vzdělávání a zkvalitnění podmínek pro předškolní vzdělávání jsou považovány za nezbytný základ pro udržitelnou budoucnost. Předškolní vzdělávání se stalo významnou součástí vzdělávacích systémů všech vyspělých zemí světa a o jeho kvalitě se diskutuje napříč mezinárodními organizacemi (OMEP<sup>1</sup>, 2018). Hledání jeho optimální podoby v kontextu celkových společenských a kulturních proměn se stalo aktuální výzvou pedagogické teorie i praxe.

Význam předškolního vzdělávání je v současné době spatřován především v položení základů pro celoživotní

učení a snížení nerovnosti ve výsledcích vzdělávání (Greger, Simonová, & Straková, 2015). V českém prostředí i v zahraničí lze zaznamenat obecný konsenzus, že předškolní vzdělávání je nejen první, ale také velmi kritickou fází celoživotního vzdělávání a velmi úzce souvisí s jeho kvalitou (Syslová, 2017; Ugaste, Tuul, Niglas, & Neudorf, 2013). V mezinárodních srovnávacích studiích bylo zjištěno, že *předškolní a školní matematika* hraje významnou roli v celkovém rozvoji osobnostních charakteristik žáků. Promítá se to nejen ve výsledcích testů těchto srovnávacích měření, například TIMSS a PISA (Janoušková & Tomášek, 2013; Hejný et al., 2013), ale také v tom, že žáci, kteří navštěvovali předškolní vzdělávání, častěji vstupují do terciárního vzdělávání (srov. OECD, 2014).

Vnímané podněty a zkušenosti získané při situačním učení dětí v mateř-

---

<sup>1</sup> OMEP (*Organisation Mondiale pour l'Éducation Pré-scolaire*) je nevládní organizace sdružující osoby bez rozdílu rasy, národnosti a politického přesvědčení, jejichž cílem je zlepšení výchovy a péče o děti od narození do 8 let.

ské škole lze úspěšně využívat také při záměrném rozvíjení jedné z oblastí jejich kognitivního rozvoje, jejich matematických představ. S propedeutickým osvojováním základů matematiky se samozřejmě nezačíná až na základní škole. Rozvíjení předpokladů pro matematiku patří dnes (a vždy patřilo) do vzdělávacích programů pro mateřské školy. Pro rozvoj matematických představ jsou vedle *obecných schopností a dovedností* (motorika, prostorové vnímání, vnímání času a časové posloupnosti, řeč, zrak, sluch, rytmus, koncentrace, paměť) důležité *specifické předmatematické dovednosti* – porovnávání objektů podle velikosti; třídění a tvoření skupin podle druhu, barvy, velikosti a tvaru; řazení, určování množství předmětů; pojmenování tvarů (Bednářová & Šmardová, 2015).

## Pojetí matematické gramotnosti a pregramotnosti

Definování pojmu *gramotnost* (ke které pregramotnost směřuje a vytváří k němu předpoklady) není jednoduché, neboť se jedná o komplikovaný, komplexní a zároveň proměnlivý jev s aspektem individuální variability (srov. Doležalová, 2009; Rabušicová, 2002). V obecné podobě ji lze chápat jako „prostředek akulturatione jedince“ (Pupala & Zápotočná, 2001, s. 264). Autoři vymezují proces akulturatione jako postupné vnikání do kultury, ve které se ocitáme (nejčastěji narodíme). Pod *kulturou* mají na mysli všechno to,

co v daném prostoru vygeneroval člověk jako participant na společenském dění, a tedy to, co v konečném důsledku lidi spojuje a utváří z nich lidské společenství sdílející společné hodnoty, normy, poznání, jazyk, významy atd. Jiná pojetí gramotnosti jsou ta, která akcentují její *dispoziční složku*. Jedná se o „připravenost jedince k činnostem, pomocí kterých se stává členem společnosti, kdy na jedné straně využívá jejich výtobytků, a na druhé straně splňuje nároky kladené společností, jejichž rozvinutí je nutné pro úspěšné zapojení do společnosti“ (Kropáčková, Wildová, & Kucharská, 2014, s. 490).

Slovo *gramotnost* získalo spolu s různými adjektivy i řadu nových významů. V různých kontextech se mluví o gramotnosti funkční, matematické, přírodovědné, finanční, informační, technické, literární, čtenářské, mediální, sociální, ekonomické, zdravotní, spotřebitelské, vizuální a jiné. Uvedená spojení se používají všude tam, kde potřebujeme být struční, a přitom chceme zdůraznit skutečnost, že nestačí pouze znát jednotlivé pojmy té které oblasti, ale především *porozumět jejich obsahu, chápat je v souvislostech a prakticky je v životě využívat*. Změny v chápání obsahu gramotnosti vystihuje slovní hříčka v angličtině: směřuje od „word reading“ – čtení slov ke „world reading“ – čtení světa. Znamená to, že „umět číst“ a „být gramotný“ dnes už není totéž (Pupala & Zápotočná, 2001, s. 269).

Ve vzdělávání se jednotlivé gramot-

nosti prolínají, jsou vzájemně propojené. Například podmínkou úspěšného řešení slovních úloh v matematice je porozumění textu úlohy, což předpokládá rozvinutou čtenářskou gramotnost (Vondrová et al., 2019); numerická stránka matematické gramotnosti je významná při rozvíjení finanční gramotnosti (Petrášková, 2013); informační a komunikačně-technologická gramotnost (dovednost vyhledávat potřebná data v databázích a kreativně s nimi pracovat) je nezbytná ve všech školních předmětech a oborech vzdělávání (Štípek, Rambousek, & Vaňková, 2015; Žilková, 2009). *Matematická gramotnost*<sup>2</sup> zahrnuje soustavu vědomostí, které je člověk schopen aplikovat v oblastech jako je např. domácí rozpočet, nakupování, cestování a volný čas, speciální dovednosti (např. používání matematického jazyka a matematických jednotek, užívání pomůcek a prostředků – např. ICT). Žák si postupně vytváří také postoje – nemá „strach z čísel“, respektuje pravdu, dokáže hledat zdůvodnění určitého tvrzení, přijímat nebo odmítat názory druhých na základě pravdivých nebo nepravdivých argumentů. Je zřejmé, že vymezení pojmu matematická gramotnost není jednoznačné, protože při jeho definování mohou jednotliví autoři akcentovat různé aspekty tohoto pojmu (srov. Palečková & Tomášek, 2005; Fuchs & Zelendová, 2015).

V předškolním vzdělávání se mluví o *pregramotnostech* jako o „vytváření předpokladů pro jednotlivé gramotnosti, vytváření základů pojmů dané oblasti,

jejich porozumění, pochopení v souvislostech a dovednosti je všestranně využívat v praktickém životě“ (RVP PV, 2018, s. 47). Při pokusu o vymezení *matematické pregramotnosti* narážíme na patrnou nejednotnost v užívané odborné terminologii. V různých kontextech se mluví o *předmatematických představách* (Lišková, 2014), *předmatematických činnostech* (Kuřina et al., 2003) či *předmatematické výchově*. Kaslová (2017) používá termín *předmatematická gramotnost* a považuje ji za oblast opírající se o konektivní didaktickou strukturu, stojící na třech pilířích, které od sebe nelze striktně oddělit: rozvoj schopností jak obecných (např. schopnost soustředit se), tak specifických – významných pro nástup školní matematiky (např. orientace v čase, v prostoru); postupné objevování a poznávání metod řešení (např. třídění, přirozené a základní porovnávání, uvažování a podobně), vznik prvních herních strategií; start pojmotvorného procesu. To vše je zasazeno v sociokulturním kontextu, kam patří produkty naší kultury, tradice, jazyk i komunikace apod.

V našem příspěvku používáme pojem *matematická pregramotnost*, jehož obsah považujeme za výstižnější a rozsah za širší než zavedený a v praxi často užívaný termín *matematické představy*. Vystihuje komplexní povahu pojmu, nejen propeudeutiku jeho matematické stránky, ale také jeho příspěvek k rozvoji všeobecných potencialit osobnosti dítěte, jeho postojů a hodnotové orientace. Za matematickou pregramotnost považuje-

me „soubor postupně se rozvíjejících předpokladů pro matematiku u dětí v době před vstupem do školy; komplex schopností, dovedností, postojů a hodnot potřebných pro zahájení a úspěšné rozvíjení matematické gramotnosti i jejímu užívání v různých individuálních a sociálních kontextech“ (Nováková & Novák, 2019, s. 33).

Další argumentace pro vhodnost použití uvedeného termínu je analogická jako u čtenářské pregramotnosti (Kropáčková, Wildová, & Kucharská, 2014). Předškolní období je v ontogenetickém vývoji jedince mimořádně významné – pokládají se v něm a rozvíjejí počátky matematické gramotnosti jako „schopnosti poznat a pochopit roli, kterou hraje matematika ve světě, dělat dobře podložené úsudky a proniknout do matematiky tak, aby splňovala jeho životní potřeby jako tvořivého, zainteresovaného a přemýšlivého občana“ (Palečková & Tomášek, 2005, s. 13). Jak uvádějí Kropáčková, Wildová a Kucharská (2014, s. 493), použití předpony *pre-* je terminologicky také v souladu s označením vzdělávacího stupně ISCED 0, který se v českém prostředí ujal pod označením *preprimární stupeň vzdělávání*.

## **Matematická pregramotnost v českém předškolním kurikulu**

Problematika rozvoje předmatematických schopností a dovedností není v Rámcovém vzdělávacím programu pro

předškolní vzdělávání explicitně rozpracována. Ve vlastním textu, ani ve Slovníčku použitých výrazů není objasněn termín matematická pregramotnost či předmatematická gramotnost. Podrobnou analýzu a konkretizaci očekávaných výstupů a námětů na konkrétní aktivity v jednotlivých vzdělávacích oblastech a podoblastech, do nichž je členěn vzdělávací obsah předškolního vzdělávání, provedly z hlediska možností rozvoje matematické pregramotnosti Kaslová a Lišková (2017). Autorky přesvědčivě ukazují, že elementy matematické pregramotnosti lze uplatnit prakticky ve všech vzdělávacích oblastech a podoblastech RVP PV a současně tak přispět k dalšímu zpřesnění obsahu matematické pregramotnosti.

Jako klíčová část RVP PV se z tohoto pohledu jeví oblast *Dítě a jeho psychika*, která je zvláště významná. Pozornost se zaměřuje na rozvoj *kognitivního vývoje dítěte*, na vědomé i nevědomé poznávací procesy, které rozpracovali Piaget (1970) a Vygotskij (1970), na *rozvoj geometrického myšlení* (van Hiele, 1986) a na *procesy učení* (Bruner, 1996), na nichž jsou založeny principy konstruktivismu. Zásadní význam pro přechod od „předmětných“ pojmů k abstraktním má podoblast *Jazyk a řeč*. V RVP PV jsou formulovány její dílčí vzdělávací cíle: rozvoj řečových schopností a jazykových dovedností receptivních (vnímání, naslouchání, porozumění) i produktivních (výslovnost, vytváření pojmů, mluveného projevu, vyjadřování); rozvoj

komunikativních dovedností (verbálních i neverbálních) a kultivovaného projevu; osvojení si některých poznatků a dovedností, které předcházejí čtení i psaní, rozvoj zájmu o psanou podobu jazyka i další formy verbálního i neverbálního sdělení – výtvarné, hudební, pohybové, dramatické (RVP PV, 2004, s. 18).

Rozvíjení procesu abstrakce při osvojování si jazyka považuje Kuřina (2014) za nejdůležitější rys předmatematické přípravy. Jazyk matematiky musí respektovat zkušenosti dítěte, vycházet z jeho intuitivního vnímání okolního světa, kdy dítě vnímá objekt tak, že mu připomíná konkrétní předmět, se kterým se již setkal. Říkáme, že využíváme *reálné reprezentace* daného objektu – tvaru, popř. tělesa. Je žádoucí, aby takových reálných reprezentací dítě poznalo co nejvíce, aby jejich nabídka byla pestrá. Tyto zkušenosti si děti mohou předávat mezi sebou navzájem, čímž obohacují svou slovní zásobu o pojmy, s nimiž se dosud nesetkaly. Výrazy, které se využívají, nemohou předbíhat mentální zralost dítěte, přestože mají kultivovat jeho jazyk a postupně ho rozšiřovat. Jazyk matematiky by měl být přiměřený přirozenému jazyku dítěte.

V podoblasti *Poznávací schopnosti a funkce, myšlenkové operace – pozornost, soustředění a paměť* jde také o rozvoj hmatové paměti, časoprostorové orientace, rozlišování obrazných a grafických symbolů (symboly a značky, které jsou dětem srozumitelné a užitečné i v dalším životě, piktogramy). Rozlišovací a iden-

tifikační procesy jsou pro práci s grafickými znaky a symboly v matematice důležité – znaky „něco“ zastupují, „nějak“ se čtou, znak je nástrojem pro sdělení nějaké informace. Vodítkem pro pedagogy v předškolních zařízeních může být „matematický trojlístek“, kterým Lišková (2014) charakterizuje soubor tří nosných obsahů, které se do předškolního vzdělávání promítají. Patří sem *mnohostní představy* (vnímání kvantity – množství), *geometrické představy* (tvar, orientace, míra) a *množinové představy* (třídění, uspořádání, kombinace, negace).

Představa *množství* (*mnohosti, kvantity, početnosti*) se začíná vytvářet u dítěte postupně již od útlého věku. Jde o proces složitý, který probíhá u různých dětí různě, neprobíhá lineárně; ontogenetická cesta ke skutečnému pojmovému chápání přirozeného čísla je dlouhá a nesnadná. Pokud je dítě schopno vnímat početnost souboru předmětů, prošlo obdobím, kdy abstrahovalo od zjevných, „viditelných“ vlastností prvků („jaké to je, o jaké objekty se jedná“ – jejich barva, tvar, vlastnosti materiálu, velikost aj.) a je schopno evidovat jejich počet („kolik jich je“). Některé zahraniční výzkumy naznačují, že děti předškolního věku disponují neformálními znalostmi, které jsou sofistikovanější, než se obvykle předpokládá (Greenes et al., 2004; Ginsburg, 2014; Kagan & Gomez, 2014). Úroveň kvantitativních představ určuje pestrost modelů čísel, se kterými dítě pracuje, a to i z hlediska percepce (akustické, haptické, kinestetické, vizuální). Zvláštní

postavení zaujímají slovesně dramatické činnosti, (vyprávěné) pohádky, v nichž se vyskytuje počet jednajících postav nebo předmětů. Vedou k rozvoji řeči a vyjadřovacích schopností, později využívaných při řešení slovních matematických úloh a slovně zadaných problémů, porozumění textu, slovním a logickým vztahům. Jsou přitom neodmyslitelnou součástí dětského světa; jejich prostřednictvím se dítě učí, aniž si to uvědomuje. V takovém typu komunikace mezi vypravěčem (dospělým) a posluchačem (dítětem) se může při absenci opticko-vizuálních prostředků naplno projevit představivost a obrazotvornost posluchače, který text vnímá a osvojuje si jej (Regrutová, 2012). Pohádky obsahují množství pojmů, které dětem pomáhají osvojovat si matematické představy o okolním světě a jeho rozmanitosti. Švecová (2014) a Panáčová (2018) analyzovaly několik známých pohádek z hlediska možnosti jejich využití při rozvíjení matematické pregramotnosti.

V oblasti rozvíjení *geometrické komponenty* matematické pregramotnosti je příležitost rozvíjet představy o prostoru, tvarech a tělesech, velikosti a vytvářet prostředí vhodné pro geometrické modelování (Levenson et al., 2011; Malaty, 1994). Osou osobnostně orientované předškolní výchovy (Opravilová, 2015) je hra jako nejlepší způsob, jak dítě může postupně zvládat a rozvíjet předpoklady k rozvoji všeho, co bude později v životě potřebovat. Hra jako dominantní poznávací činnost dítěte předškolního

věku působí emocionálně a vzbuzuje spontánní zájem, podněcuje k činnosti, k manipulaci s konkrétními předměty: stavby z prvků dětské stavebnice rozvíjející jemnou motoriku ruky, prostorovou percepci i představivost; jednoduché kreslení, stříhání, lepení. Při činnostech, v nichž dítě staví věž nebo vytváří hada či vlak objevuje zjevné, smysly vnímatelné vlastnosti předmětů, jejich kvalitativní znaky (barva, tvar, velikost), vztahy mezi objekty okolního světa (např. protiklady ve smyslu prostorové a časové orientace: malý - velký, daleko - blízko, nahoře - dole, vpravo - vlevo). Mnohé inspirace pro využití her jako nástroje rozvíjení geometrických představ lze najít v zahraniční literatuře (Clements & Sarama, 2011; Tatsis, 2014). Značný prostor pro rozvoj geometrických představ poskytují *pracovní a výtvarné činnosti*: navrhnout a realizovat rozmanité vzory, které mají rytmus a řád, vytvářet rozmanité vzory, ornamenty, mozaiky aj., vnímání geometrických tvarů, shodností a symetrií. Poskytují dítěti příležitost slovně, výtvarně, technicky vyjádřit své nápady.

Do oblasti *množinových představ* zařazujeme využití relací třídění a řazení. *Třídění (klasifikace)* probíhá na základě předem stanovené relace ekvivalence, podle určité charakteristické vlastnosti: děti mají za úkol roztřídit dané předměty na ty, které požadovanou charakteristickou vlastnost mají a na ty, které ji nemají. Vzniknou tak dvě, později více skupin (tříd rozkladu) a přitom každý prvek

musí být zařazen do některé ze vzniklých skupin podle daného kritéria. V každé třídě jsou objekty navzájem ekvivalentní, např. platí, že objekt  $x$  má stejný tvar jako  $y$ , má stejnou barvu jako  $y$ . Charakteristickou vlastností je vhodné vymezit na předmětech denní potřeby – vybírá se oblečení, jídlo, sportovní náčiní, dopravní prostředky (Nováková, 2017), později dítě zvládá třídít podle vlastností jako je barva, materiál, velikost.

*Razení (sériování)* prvků v souboru vychází z jisté relace uspořádání. Uspořádání patří k nejvýznamnějším relacím, se kterou se dítě v předškolním věku intuitivně seznamuje. Vhodné náměty her k rozvoji uvedeného typu představ lze najít ve starším slovenském překladu publikace Weigla (1982) i v další novější zahraniční literatuře (Clements & Sarama, 2014). Motivační jsou opět pohádky, ve kterých posloupnost dějů nebo uspořádání postav hraje podstatnou roli. Prvky, které řadíme, volíme tak, aby dětské zkušenosti umožnily dostatečně průkazné a názorné porovnání a na jeho základě seřazení předmětů – tyčinek, pastelek či špejlí různé délky; dětí podle tělesné výšky; navlékání korálků podle určitého pravidla.

Některé dílčí vzdělávací cíle směřující k podpoře a rozvoji matematické pregramotnosti lze dohledat také v dalších vzdělávacích oblastech. Oblast *Dítě a ten druhý* je zaměřena na vzájemnou spolupráci, kooperaci dětí při získávání a rozvíjení matematických dovedností při hrách a manipulativních činnos-

tech. Rozvíjejí se vyjadřovací schopnosti, schopnost komunikace s vrstevníky, volní vlastnosti – soustředění, trpělivost, sebeovládání. Porozumět podstatě her a jejich pravidlům, dodržovat je, hrát spravedlivě, umět i prohrávat.

Záměrem oblasti *Dítě a společnost* je uvést dítě do společenství ostatních lidí a do pravidel soužití s ostatními, do světa materiálních i duchovních hodnot, do světa kultury a umění. Je zřejmé, že stále většího významu nabývá v této souvislosti využití médií, se kterými musíme v edukaci počítat jako s významným faktorem a nemůžeme je přehlížet nebo podceňovat. Zejména elektronická média, počítač, tablet, mobilní telefon, se stávají běžnou a funkční součástí života předškolního dítěte. Podnětnou zahraniční inspirací pro využití ICT v souvislosti s přípravou budoucích učitelů české mateřské školy se může stát výzkum Tossavainena a kol. (2018). Další zajímavý námět pro „objevování světa“ a společné prožívání napříč generacemi (děti, rodiče, prarodiče) uvádí Kenner a kol. (2008). Při zpěvu a poslechu, při využívání písní a hudebních témat se vytváří prostor pro uplatnění *hudebních a hudebně-pohybových činností*. Přispívají k rozvoji sluchového vnímání a sluchové analýzy, vnímání shodných rytmů a rytmizaci slov. Didakticky zacílené aktivity, integrující prvky matematiky a hudební výchovy, využívají aspekt zážitkového vyučování a učení se, uvádějí Prídavková a Šimčíková (2015). K prezentaci zvuků navrhuje využít různé hudební nástroje či jiné předměty –



bubínek, triangl, ozvučné hůlky, hrníčky, kuličky. Poněkud jiný, originální přístup k auditivní prezentaci přirozených čísel prezentují Cslovjecsek a Linneweber-Lammerskitten (2011).

## Matematická pregramotnost na konci předškolního vzdělávání

Očekávané výstupy, jak je v jednotlivých oblastech formuluje RVP PV, jsme se pokusili dále charakterizovat s využitím tzv. *uzlových bodů vzdělávání* (Bendl et al., 2020). První z těchto pěti uzlových bodů popisuje dosaženou úroveň matematické (pre)gramotnosti na konci předškolního vzdělávání. Za podstatné přitom považujeme, aby dítě:

- zažívalo radost z úspěšně vyřešeného úkolu, která přichází prostřednictvím zážitku z předchozích úspěchů: hledá své vlastní postupy a strategie, porovnává je s výsledky ostatních, využívá možnosti řešení problému ve dvojici a v kolektivu dětí,
- dovedlo interpretovat symbolický jazyk a chápalo jeho vztah k přirozenému jazyku: zaznamenaná graficky kvantitu (pomocí čárek, puntíků nebo jiných vhodných symbolů), zachytí graficky (dětskou kresbou) reálnou situaci a interpretuje ji svými slovy,
- projevilo schopnost získávat zkušenosti pomocí vlastní manipulativní a badatelské činnosti (metodou pokus-omyl): třídí objekty podle jednoduchých daných kritérií (s využitím

manipulativních činností). Rozpozná, podle jakého kritéria byla skupina objektů vytvořena a nalezne objekt, který do skupiny nepatří. Dovede pracovat s konkrétní pomůckou na základě pokynů i samostatně. Zdokonaluje svou hrubou a jemnou motoriku při používání pomůcek a nástrojů. Objeví pravidelnosti, zákonitosti a symetrie v běžném životě,

- umělo vhodně argumentovat, neboť argumentace se rodí a rozvíjí jako aktivita sociální, v diskuzi: porozumí ústnímu zadání konkrétního úkolu s využitím obrázku. Vybere z ústního projevu nebo z obrázku podstatné informace, doptá se na informace, které mu chybí nebo kterým nerozumí. Vysvětlí svůj postup řešení vlastními slovy, využívá přitom své argumentační schopnosti,
- bylo schopno účinně pracovat s chybou jako podnětem k hlubšímu pochopení zkoumané problematiky: rozpozná správné a nesprávné řešení, správně interpretuje získané výsledky.

## Reflexe matematické pregramotnosti ve výzkumech předškolního vzdělávání

Problematika gramotnosti a pregramotnosti ve vzdělávání a její rozvíjení u žáků všech stupňů a typů škol je v posledním období systematicky studována. Svědčí

o tom řada odborných publikací a časopiseckých studií. Poněkud jinou situaci lze zaznamenat u matematické pregramotnosti. Syslová a Najvarová (2012; 2021) analyzovaly ve dvou přehledových studiích více než sto příspěvků zaměřených na předškolní vzdělávání v českých pedagogických časopisech a sbornících. Uvádějí pouze dva – příspěvky Semerádové a Hošpesové (2014) a Novákové (2018), které jsou věnovány matematické pregramotnosti. Také dva příspěvky (Pražáková & Kucharská, 2019; Sotáková, 2021) v časopise *Gramotnost, pregramotnost a vzdělávání* se matematické pregramotnosti dotýkají, a to v souvislosti s jejich speciálně pedagogickou tematikou. Některé konkrétní náměty pro rozvoj čtenářské a matematické pregramotnosti a didaktiky předškolního vzdělávání přináší zpráva o řešení a výsledcích rozvojového projektu *Podpora pregramotnosti v předškolním vzdělávání* (Felcmanová et al., 2019). I uvedené skutečnosti potvrzují, že tato problematika stojí v českém prostředí na okraji pozornosti pedagogických výzkumníků.

Více studií, které se zabývaly zkoumáním některých aspektů matematické pregramotnosti, lze nalézt v závěrečných kvalifikačních pracích studentů vysokých škol. Na univerzitní půdě je tedy patrný zájem a potřeba se tomuto tématu věno-

vat. Vzhledem k problematické použité metodologii (ve většině případů nebylo poskytnuto mnoho informací o vlastnostech použitého nástroje, způsobu jeho distribuce a sběru dat, při vyhodnocení získaných dat se autoři většinou spokojovali jen s využitím deskriptivní statistiky) a obvykle malém rozsahu výzkumného vzorku považujeme tyto zdroje pouze za orientační náhled na problematiku. Podnětné poznatky o výzkumných aktivitách sledujících *matematickou složku přípravy učitelů pro mateřské školy* přinášejí příspěvky publikované ve sbornících vědeckých konferencí SEMT (International Symposium Elementary Mathematics Teaching) a EME (Elementary Mathematics Education).<sup>3</sup>

Z relevantních výzkumných šetření publikovaných v posledním desetiletí v českém prostředí uvedeme tři, která se zaměřují na rozmanité stránky sledované problematiky.

## Výzkum elementárních aritmetických dovedností

Úroveň jedné komponenty matematické pregramotnosti dětí před vstupem do základního vzdělávání byla zkoumána v projektu CLoSE ve výzkumu Chvála, Felcmanové a Kaslové. Longitudinální studie CLoSE (*Czech Longitudinal Study*

<sup>3</sup> SEMT je mezinárodní vědecká konference konaná na UK v Praze, která za tři desetiletí získala významné světové renomé. EME je mezinárodní vědecká konference pořádaná ve spolupráci s JČMF ČR. Cílem obou konferencí je prezentace výsledků v primárním a preprimárním matematickém vzdělávání a ve vysokoškolské přípravě učitelů.

of Education) je zaměřena na studium vzdělanostních nerovností na reprezentativním výběru mateřských škol a mezi dětmi, které měly podle data narození nastoupit v následujícím školním roce do základní školy, a jejich rodiči. Cílem šetření bylo zjistit, jaké jsou rozdíly v podmínkách vzdělávání v jednotlivých mateřských školách a jak je volba mateřské a základní školy podmíněna rodinným zázemím, kognitivními schopnostmi dítěte a dalšími faktory, které jí mohou ovlivňovat (Greger, Simonová, & Straková, 2015).

Diagnostika předmatematických dovedností a zrakové percepce byla provedena u 795 předškolních dětí v období květen–červen 2014. Test „předmatematických dovedností“ byl vyvinut cíleně pro šetření CLoSE. Autorkou úloh je Michaela Kaslová, koncepci testu vytvářel Martin Chvál. Byl administrován skupinou proškolených studentek Pedagogické fakulty UK, úlohy řešily děti individuálně na základě pokynů administrátorky. Výsledky dětí byly vyhodnoceny kvantitativně s využitím statistických metod (Greger et al., 2015, s. 79–81). Test byl dominantně zaměřen na zjištění úrovně porozumění číslu ve vybraných rolích (srov. Hejný & Stehlíková, 1999). Testové úlohy zjišťovaly znalost číselné řady; čísla v roli počtu; porovnání dvou početně

různých souborů shodných předmětů (kostek); dovednost dítěte „odčítat“ tj. určit počet po úbytku předmětů, aniž by mělo zrakovou oporu; schopnost dítěte vnímat periodicitu (doplnění symbolů do řady); znalost číslic 1–9.

Autoři výzkumu souhlasí s názorem Vágnerové (2014), že potřebné míry rozvoje jako předpokladu jejich úspěšného osvojování čtení, psaní a počítání obvykle dosahují děti na konci předškolního věku. Existoval tedy předpoklad, že většina dětí bude v testu úspěšná. Výsledky tento předpoklad potvrdily, zároveň se však i v této skupině vyskytly děti, jejichž výsledky byly nízké (v celkovém bodovém vyjádření úspěšnosti řešení jednotlivých úloh získalo 19 a méně bodů ze 37 možných 12 % dětí). Některá zjištění (Greger, Simonová, & Straková, 2015, s. 82–90): 65 % dětí čtyři měsíce před nástupem do školy pozná čísla 0–10 a umí je uspořádat do řady; 40 % dětí umí odříkat číselnou řadu minimálně do 30; 24 % dětí spolehlivě odčítá čísla (při ubírání předmětů v představě) do 10 bez zrakové opory. V kontrastu s uvedenými výsledky přibližně 5 % dětí nepozná žádnou číslici a neumí odříkat číselnou řadu ani do 10<sup>4</sup>. Z uvedených výsledků autoři výzkumu vyvozují, že do první třídy přicházejí děti z hlediska jejich matematických dovedností velmi různě vybavené. Z regresní

<sup>4</sup> V roce 2014 byl realizován výzkum (Kropáčková, 2014) ve kterém učitelé mateřské školy posuzovali některé dovednosti u 4 770 předškolních dětí. Mezi osmi dovednostmi bylo „počítání do šesti“ shledáno jako nejméně problematické, v porovnání např. s „rozdělením slov na slabiky“, „dokreslením chybějícího obrázku“, „rozlišováním písmen“ aj. Zdroj: Greger, Simonová & Straková (2015).

analýzy výsledků v testech podle rodinného zázemí, provedené v rámci výzkumu, přitom vyplynulo, že výsledky testu matematických dovedností jsou silně závislé na sociokulturním zázemí rodiny a na vzdělání rodičů.

## Jak děti předškolního věku „rozumí prostoru“

Cílem výzkumu Zemanové (2015) byla detailní analýza způsobů vidění trojrozměrného prostoru a komunikace o něm u dětí ve věku 5-6 let. Experiment byl proveden v lednu 2014 na vzorku 188 dětí v posledním roce před zahájením školní docházky, všechny děti navštěvovaly mateřskou školu minimálně půl roku. Na výzkumu se podílelo v roli experimentátorů 30 studentů 2. ročníku oboru Učitelství pro mateřské školy Pedagogické fakulty OU v Ostravě v kombinované formě studia, všichni aktuálně pracovali jako učitelé mateřské školy. Experiment byl uskutečněn pod supervizí autorky tak, že po potřebném výcviku každý ze studentů v mateřské škole, kde učí, realizoval experiment se třemi dvojicemi předškoláků. Databáze byla získána ze záznamových archů (jeden záznamový arch pro učitele, jeden pro dítě - kresliče).

První část výzkumu analyzuje dílčí experimenty, druhá část je zaměřena na komparativní analýzu dat z jeho první části. Nástrojem výzkumu je experiment, sestávající z osmi etap, do kterého byly zapojeny děti, které vystupovaly jako

*kresliči* (zaznamenávali krychlové stavby obrázkem) a *stavitelé* (stavěli stavby podle záznamu pořízeného kresličem). V průběhu realizace jednotlivých etap experimentu byly analyzovány jevy, které sledovaly schopnost/dovednost dítěte postavit krychlovou stavbu podle předlohy a interpretovat záznam stavby; schopnost/dovednost dítěte vytvořit záznam krychlové stavby a posoudit stavbu vytvořenou stavitelem. Při analýze vidění, zobrazení a komunikace o krychlové stavbě evidovala autorka řadu způsobů, jakými děti předškolního věku vnímají prostorovou situaci. Všechny evidované způsoby analyzovala v několika úrovních: dovednost dítěte reprodukovat krychlovou stavbu; zaznamenat tuto stavbu obrázkem; na základě záznamu stavby vytvořeného jiným dítětem stavbu postavit; po souhlasu nebo nesouhlasu mezi obrázkem a stavbou s dítětem komunikovat. Jednotlivé typy záznamů autorka výzkumu sdružila do celků podle klíčových parametrů a pro každý z celků uvedla jejich procentuální výskyt. Zabývala se rovněž dialogem dětí jako diagnostickým nástrojem a získala materiál ke zkoumání predikcí učitelů o řešení dětí. Propracovaná metodologie výzkumu umožnila získat bohatou databázi, která obsahuje produkty žákovských činností, ale také informace o probíhajících procesech. Deskripce jednotlivých aspektů výzkumu, dokumentovaná řadou obrázků dětských záznamů staveb i autentických verbálních výpovědí při vzájemné komunikaci, kooperaci a kolaboraci, vyjadřuje

velmi výstižně řadu subtilních stránek činností dětí.

## Pokus o aplikaci teorie didaktických situací v mateřské škole

Originální námět výzkumného šetření uvádějí Semerádová a Hošpesová (2013). Na předškolní matematické vzdělávání pohlízejí ze sociálně-konstruktivistické perspektivy, kdy může hra a rozmanité činnosti s materiálem aktivovat u dítěte schopnost dávat objektům a činnostem s nimi matematické významy. Současně se vytváří prostor pro komunikaci a obohacování znalostí. V přípravě učitelů pak jde o to, aby učitel záměrně budoval citlivost na takové momenty dětské hry a dovedl je rozvíjet žádoucím směrem. Z uvedené myšlenky vychází jejich výzkum, jehož teoretickým východiskem je Teorie didaktických situací (Brousseau, 1997). Situací se rozumí systém, do něhož vstupuje učitel, dítě, prostředí, pravidla a omezení potřebná pro objevení daného matematického poznatku. Rozlišují se situace *nedidaktické*, jejichž cílem není něco učit a situace *didaktické*, při kterých je posláním „někoho něco naučit“. Učitel organizuje plán činností, jejichž cílem je modifikovat, objevit nebo vytvořit znalost dítěte. Speciálním případem didaktické situace je tzv. situace *a-didaktická*, jejímž cílem je umožnit dítěti získávat/objevovat poznatky samostatně, bez explicitních zásahů učitele. Pro vytvoření takové situace předává učitel

část své odpovědnosti a nechává dítě, aby samo řídilo a organizovalo svůj akt učení. A-didaktická situace postupuje ve třech etapách: akce (výsledkem je předpokládaný implicitní model, strategie, počáteční taktika); formulace (zformulování podmínek, ve kterých bude strategie fungovat); ověření (validace – zkoumá platnost strategie, zda funguje či nefunguje).

Jako výzkumný problém autorky zkoumají, zda je vůbec možné hovořit o a-didaktických situacích v předškolním vzdělávání, jestliže se jedná o nezáměrně vytvořené situace, ve kterých děti spolu komunikují o znalostech získaných mimo mateřskou školu. Na modelových situacích ve třech případových studiích demonstrují, jak může probíhat a-didaktická situace s dětmi předškolního věku a jaká je role učitele v ní. Výzkumná data byla získána v rámci pedagogické praxe studentek Pedagogické fakulty Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích, které pracují jako učitelky v mateřské škole a studiem oboru Učitelství pro mateřské školy si doplňovaly vzdělání. V rámci výzkumu měly studentky připravit aktivitu, která v sobě skrývá možnost objevení matematických pojmů, případně využití přirozené situace, ke které ve třídě dojde; zaznamenat průběh této aktivity formou audio či video nahrávek; reflektovat aktivitu dětí, pokusit se zamyslet nad tím, čeho děti dosáhly; jak samy studentky v roli učitelek reagovaly a „zachytily“ poznatky z matematiky, které se vynořily. Na modelových situacích se ukazuje,

jak může probíhat a-didaktická situace s dětmi předškolního věku a jaká je role učitele v ní – matematické aktivity byly zaměřené na přiřazování, na činnosti s geometrickými tvary a vzory, na porovnávání délek.

## **Rozvíjení matematické pregramotnosti z perspektivy pregraduální přípravy učitelů mateřské školy – možnosti a limity**

Jako velmi významný faktor se při rozvíjení matematické pregramotnosti dětí ukazuje osobnost učitele (toho, kdo nenásilnou formou pomáhá dítěti pootevřít dveře do „světa matematiky“ na jeho další životní i vzdělávací cestě), a to ve shodě s osobnostně orientovaným modelem předškolní edukace, s plným respektem k vývojovým a individuálním potřebám každého dítěte (Helus, 2009; Opravilová, 2015). Připravenost učitelů mateřské školy k všestrannému a cílenému rozvoji matematické pregramotnosti však nelze považovat za zcela samozřejmou. Přesvědčuje o tom každodenní praxe mateřské školy i některá výzkumná zjištění (Nováková & Novák, 2019).

Hledání odpovědi na otázku, zda a jakou *matematickou průpravu* na cestě k profesi potřebuje učitel mateřské školy, je pokusem o hledání optimálního modelu matematické komponenty jeho přípravného studia. Významný světo-

vý matematik Hans Freudenthal uvedl kapitolu věnovanou osobnosti učitele matematiky ve své knize „Mathematics as an Educational Task“ (Freudenthal, 1972) inzerátem jedné francouzské školy v dobovém regionálním tisku: „Hledá se učitel plavání, který umí sám plavat“. Tato metafora vyjadřuje i naše přesvědčení, že učitel mateřské školy alespoň základní matematické znalosti potřebuje. Neztotožňujeme se s kategorickým a zjednodušujícím vnímáním matematiky jako nepotřebné, neužitečné složky přípravného vzdělávání učitelů mateřských škol. Kuřina a kol. (2003, s. 1) zdůrazňují, že „v přípravě učitelů pro mateřské školy nejde prioritně o předávání určitých matematických znalostí, ale o poznání toho, jak matematické poznatky vznikají a jak jsou v průběhu celoživotního učení a v reálném životě užitečné. Předpokladem úspěšné přípravy dítěte k osvojování matematiky je vhodná příprava jejich učitelů“.

Položili jsme si otázku, jaké kompetence potřebuje budoucí učitel mateřské školy pro utváření a rozvoj své učitelské osobnosti a pro kvalifikovaný výkon vlastní profesní praxe z hlediska rozvíjení matematické pregramotnosti dětí. Zatímco znalosti a dovednosti z oblasti preprimární pedagogiky a psychologie jsou obvykle považovány za samozřejmou výbavu učitelů, odpovědi na otázku, jaké matematické znalosti potřebuje (a požaduje) pro své profesní působení učitel mateřské školy nebývají zdaleka jednoznačné.

Jednou z kompetencí explicitně uvedených v profilu absolventa bakalářského studijního oboru učitelství pro mateřské školy na Pedagogické fakultě MU v Brně (podobně je profil absolventa formulován i na jiných pedagogických fakultách připravujících budoucí učitele pro mateřské školy) je, aby „absolvent disponoval osvojenými teoretickými znalostmi, potřebnými pro vzdělávání dětí předškolního věku a uměl je aplikovat v praxi“. Přípravné vzdělávání směřující k dosažení tohoto profilu má výrazně multioborový charakter. Studijní předměty garantuje čtrnáct odborných kateder. Matematická komponenta studia je počtem předmětů i jejich rozsahem ve studijním plánu marginální. K tomu, aby si student osvojil nezbytný matematický základ a teoretické znalosti potřebné pro vzdělávání dětí předškolního věku, a byl schopen je aplikovat při plnění cílů stanovených Rámcovým vzdělávacím programem pro předškolní vzdělávání, směřují cíle vzdělávání do tří matematicky zaměřených předmětů: *Rozvoj předčíslných představ, Rozvoj geometrických představ a Didaktika matematiky 1. ročníku ZŠ*. Obsahová stránka jednotlivých předmětů je zaměřena na dvě vzájemně provázané oblasti:

- a) teoreticky zaměřené partie aritmetiky, teorie množin, logiky, geometrie aj., navazující na základní znalosti matematiky základní a střední školy,
- b) metodiku „rozvíjení matematických představ“ ve smyslu aktivit, které lze bezprostředně využít v konkrétní činnosti učitele mateřské školy, nezříd-

ka doprovázené různými způsoby autentických ukázek (videozáznamů apod.).

Pojetí předmětů není čistě akademické; matematické jevy jsou ilustrovány a modelovány na reálných elementech ze života či z praxe mateřské školy. Výuka směřuje k propojení teoretických aspektů předmětů (například přesnost matematické terminologie k jednotlivým pojmům v jazyce, který užívá učitel) a metodiky rozvoje matematických představ dětí. To umožňuje využít také teoretických poznatků získaných v dalších pedagogických a psychologických předmětech. Za určité limity efektivity výuky jednotlivých předmětů a celé „matematické“ složky přípravného vzdělávání považujeme dva navzájem související faktory. Je to nízká úroveň vstupních matematických znalostí, které si studenti osvojili v předchozím vzdělávání na základní a střední škole. Studenti mají znalosti matematiky obvykle chatrné, nesystematické, spíše epizodické. Matematické předměty nepatří u budoucích učitelů mateřské školy ani k předmětům oblíbeným, u některých studentů je matematika v průběhu studia dokonce demotivačním faktorem. Přesto studenti věří – nebo alespoň tuší – že zvládnutí nezbytného množství základních matematických znalostí jim může být v jejich profesi užitečné. Druhým faktorem je, dle našeho názoru, nedostatečně vnímané a reflektované vědomí významu vlastní role studentů při rozvíjení matematické pregramotnosti v prostředí mateřské školy. To do určité

míry limituje rozvoj jejich profesní kompetence zaměřené na využití potenciálu osobnosti dítěte.

## Závěr

Potenciál rozvíjení matematické pregramotnosti v předškolním vzdělávání, na který byla studie z různých pohledů zacílena, je nesporně značný. V závěru shrneme naše podněty

- a) ve vztahu k samotnému pojmu matematická pregramotnost, který jsme se pokusili vymezit a toto vymezení zdůvodnit,
- b) jednotlivých oblastí a podoblastí aktuálního kurikula předškolního vzdělávání, které se v praxi mateřské školy promítají do nabídky didakticky zacílených aktivit,
- c) vybraných výzkumných šetření k dané problematice z českého prostředí,
- d) vzhledem k fenoménu matematické pregramotnosti v přípravném vzdělávání učitelů.

Připomeňme, že se v žádných kurikulárních ani metodických materiálech s termínem „matematická pregramotnost“ explicitně nepracuje. Proto příliš nepřekvapuje, že lze konstatovat nejasnost a neusazenost uvedeného pojmu v komunitě učitelů mateřských škol. Ani ve velmi kvalitních a učiteli využívaných publikacích metodického charakteru od erudovaných autorů, například Kaslové (2010), Lietavcové a Liškové (2018), není termín matematická pregramotnost používán.

Další část studie byla věnována zmapování možností, které pro rozvoj matematické pregramotnosti dětí poskytuje RVP PV. Pokusili jsme se na konkrétních ukázkách dokumentovat, jaké možnosti se poučenému a kreativnímu učiteli nabízejí pro systematické zařazování takové vzdělávací nabídky, která rozvíjí dílčí kognitivní funkce dítěte, ale také jeho motivaci pro vlastní spontánní poznávání, hledání možností a variant při řešení praktických i myšlenkových problémů. Další podněty k rozpracování vzdělávací nabídky RVP PV nabízí přístup uplatněný v metodice pro učitele mateřských škol Slezákové a kol. (2020), zpracované na základě Hejného metody pro MŠ.

Výzkumná šetření, na která jsme upozornili, se v řadě parametrů navzájem odlišovala. Lišila se svými cíli, teoretickými východisky, použitou výzkumnou metodologií i způsobem prezentace výstupů. Všechna však byla vedena společným záměrem – jednak výzkumně ověřit úroveň různých stránek matematické pregramotnosti předškolních dětí, jednak ukázat možnosti, jak lze do výzkumu funkčně zapojit studenty (budoucí učitele mateřských škol). Domníváme se, že naznačují oprávněnost potřeby výzkumného zjišťování úrovně matematické pregramotnosti předškolních dětí, že nabízejí podněty pro teorii předškolního vzdělávání i praxi mateřské školy i k využití v pregraduálním vzdělávání učitelů.

Závěrečná část příspěvku je věnována matematické stránce přípravného vzdě-



lávání učitelů mateřské školy. Potřeba získání relevantních informací souvisejících s různými stránkami matematické komponenty vysokoškolské přípravy učitelů mateřské školy je pocíťována na více vysokoškolských pracovištích. Nachází odezvu ve výzkumech postojů budoucích učitelů k matematice a matematickému vzdělávání (Uhlířová, 2018), analýzy efektivity aktivit rozvíjejících matematickou pregramotnost (Pěchoučková, 2013), sebehodnocení kognitivního výkonu studentů (Hnatová & Mokriš, 2019), subjektivního vnímání matema-

tiky jako předmětu vzdělávání (Nováková, 2018), učebních stylů a seberegulace učení se matematice (Kuruc et al., 2020). Tato závěrečná část má v naší stati spíše informativní charakter. Vypovídá o aktuálním stavu matematické přípravy učitelů mateřské školy na jedné fakultě. Současně je reflexí našeho přesvědčení, že budoucí učitelé potřebují disponovat takovými odborně matematickými poznatky, které jim umožní kvalitní a efektivní činnost při rozvíjení matematické pregramotnosti dětí.

## Literatura

- Bednářová, J., & Šmardová, V. (2015). *Diagnostika dítěte předškolního věku*. Brno: Edika.
- Bendl, V., Duňková, J., Fuchs, E., Havlínová, H., Jirotková, D., Lišková, H., Nováková, E., Slezáková, J., & Zelendová, E. (2020). *Matematická gramotnost v uzlových bodech vzdělávání. Metodický podpůrný materiál pro projekt PPUČ*. Praha: Národní pedagogický institut ČR.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Edited and translated by N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland & V. Warfield. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers.
- Bruner, J. S. (1996). *The Culture of Education*. Cambridge: Academic Press.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2011). Early childhood teacher education: The case of geometry. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14, 113–148.
- Csolvjecsek, M., & Linneweber-Lammerskitten, H. (2011). Snappings, clappings and the representations of numbers. *The New Jersey Mathematics Teacher*, 69(1), 10–12.
- Doležalová, J. (2009). Produkty a efekty edukace. Gramotnost. In J. Průcha (Ed.), *Pedagogická encyklopedie*, s. 223–229. Praha: Portál.
- Felcmanová, L., Kropáčková, J., Ronková, J., Slezáková, J. & Wildová, R. (2019). Podpora pregramotností v předškolním vzdělávání. *Gramotnost, pregramotnost a vzdělávání*, 3(2), 167–187.

- Freudenthal, H. (1972). *Mathematics as an Educational Task*. Springer Netherlands.
- Fuchs, E., & Zelendová, E. (Eds.) (2015). *Matematika v médiích. Využití slovních úloh při kooperativní výuce na základních a středních školách*. Praha: JČMF.
- Ginsburg, H. P. (2014). Young children's mathematical minds: (almost) all about Ben. In H. P.
- Ginsburg, M. Hyson, & T. Woods, (Eds.) *Preparing Early Childhood Educators to Teach Math*. Baltimore: Paul H. Brookes Publishing Co.
- Greger, D., Simonová, J., & Straková, J. (2015). *Spravedlivý start? Nerovné šance v předškolním vzdělávání a při přechodu na základní školu*. Praha: Univerzita Karlova.
- Greenes, C., Ginsburg, H., & Balfanz, R. (2004) Big math for little kids. *Early Childhood Research Quarterly*, 19, p. 159-166.
- Hejný, M., & Stehlíková, N. (1999). *Číselné představy dětí. Kapitoly z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova.
- Hejný, M., Houřová, J., Jirotková, D., Laufková, V., Mandíková D., & Starý, K., et al. (2013) *Čtenářské, matematické a přírodovědné úlohy pro první stupeň základního vzdělávání: náměty pro rozvoj kompetencí žáků na základě zjištění šetření TIMSS a PIRLS 2011*. Praha: ČŠI.
- Helus, Z. (2009). *Dítě v osobnostním pojetí*. Praha: Portál.
- Hnatová, J., & Mokriš, M. (2019). Sebahodnotenie kognitívneho výkonu študentov predškolskej a elementárnej pedagogiky dosahujúcich rôzne klasifikačné stupne hodnotenia v matematike. *Elementary Mathematics Education Journal*, 1(2). Dostupné z [http://emejournal.upol.cz/Issues/Vol1No2/Hnatova-Mokris\\_2019\\_Vol1No2.pdf](http://emejournal.upol.cz/Issues/Vol1No2/Hnatova-Mokris_2019_Vol1No2.pdf).
- Janoušková, S., & Tomášek, V. (2013) *TIMSS 2011: Úlohy z matematiky a přírodovědy pro 4. ročník*. Praha, ČŠI.
- Kagan, S. L., & Gomez, R. (2014). One, two, buckle my shoe: early childhood mathematics education and teacher professional development. In H. P. Ginsburg, M. Hyson & T. Woods, (Eds.) *Preparing Early Childhood Educators to Teach Math*. Baltimore: Paul H. Brookes Publishing Co.
- Kaslová, M. (2010). *Předmatematické činnosti v předškolním vzdělávání*. Praha: Raabe.
- Kenner, Ch., Ruby, M., Jessel, J., Gregory, E., & Arju, T. (2008). Intergenerational learning events around the computer: a site for linguistic and cultural exchange. *Language and Education*, 22(4), 298-319.
- Kropáčková, J. (2014). Školní připravenost dětí pro vstup do základní školy. (Pedagogická diagnostika a následná intervence v MŠ.) In Z. Syslova, & V. Rodova, (Eds.) *Předškolní vzdělávání v teorii a praxi. Jaká je současná situace v České republice*

- a zahraniční východiska pro vzdělávání u nás. Sborník z konference s mezinárodní účastí, s.252–258. Brno: Pedagogická fakulta MU. CD-ROM.
- Kuruc, M., Kožuchová, M., Severini, E., Zelina, M., & Žilková, K. (2020). *Sebaregulácia učenia sa študentov predprimárneho a primárneho vzdelávania*. Bratislava: Univerzita Komenského.
- Kuřina, F. (2014). Děti a geometrie. *Studia scientifica facultatis paedagogicae*, 13(1), 124–133. Ružomberok: Verbum.
- Kuřina, F. et al. (2003). *Protomatematika a matematická příprava pedagogů mateřských škol*. Hradec Králové: Univerzita Hradec Králové.
- Levenson, E., Tirosh, D., & Tsamir, P. (2011). *Preschool Geometry. Theory, Research and Practical Perspectives*. Rotterdam: Sense Publisher.
- Lietavcová, M., & Lišková, H. (2018). *Rozvíjíme předmatematické myšlení dětí*. Praha: Nakladatelství Dr. J. Raabe s.r.o.
- Lišková, H. (2014). Tri oblasti predmatematických predstáv. *Studia scientifica facultatis paedagogicae*, 13(1), 23–44. Verbum, Ružomberok: Verbum.
- Malat, G. (1994). Can young children learn abstract ideas in geometry? *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 5, 751–758.
- Nováková, E. (2017). Proces třídění v komunikaci učitelky a dítěte (v mateřské škole). In K. Sebinová, Í. Gerová, & P.Voštinár (Eds.) *Primárne matematické vzdelávanie – teória, výskum a prax*, s. 81–85. Banská Bystrica: Univerzita Mateja Bela.
- Nováková, E. (2018). Jak vnímají matematiku budoucí učitelé mateřské školy. *Magister: reflexe primárního a preprimárního vzdělávání ve výzkumu*, 6(1), 7–24.
- Nováková, E., & Novák, B. (2019). *Matematická pregramotnosť a učitelé mateřských škol*. Brno: Masarykova univerzita.
- OECD. (2014). *PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do. Student performance in Reading, Mathematics and Science 1*. Paris: OECD.
- Oprailová, E. (2015). *Předškolní pedagogika*. Praha: Grada.
- Palečková, J., & Tomášek, V. (2005). *Učení pro zítřek*. Praha: Tauris.
- Panáčková, J. (2018). Původ čísel v pohádkách. In M. Uhlířová, & J. Wossala (Eds.) *Sborník abstraktů Perspectives of primary mathematics education, EME Proceedings*, s. 44–48. Olomouc, Univerzita Palackého.
- Pěchoučková, Š. (2013). Matematická příprava budoucích učitelů mateřských škol. In B. Tomková & M. Mokriš (Eds.), *Matematika v primárnej škole. Rôzne cesty, rovnaké ciele*, s. 171–175. Prešov: Prešovská univerzita.
- Petrášková, V. (2013). Pěstování finanční gramotnosti ve vzdělávání žáků 2. stupně ZŠ. *Matematika, fyzika a informatika*, 22(3), 173–182.
- Piaget, J. (1999). *Psychologie inteligence*. Praha: Portál.

- Pražáková, K., & Kucharská, A. (2019). Riziko dyskalkulie a dalších obtíží v matematice u dětí předškolního věku. *Gramotnost, pregramotnost a vzdělávání*, 3(2), 143–165.
- Přidavková, A., & Šimčíková, E. (2015). Rozvoj matematických poznatků prostřednictvím hudebních aktivit. In *Studia scientifica facultatis paedagogicae*, 14(2), 195–199. Ružomberok: Verbum.
- Pupala, B., & Zápotočná, O. (2001). Vzdělávání jako formování kulturní gramotnosti. In Z. Kolláriková & B. Pupala (Eds.) *Předškolní a primární pedagogika. Předškolní a elementární pedagogika*. (s. 261–269). Praha: Portál.
- Rámcový vzdělávací program pro předškolní vzdělávání*. Dostupné z: <http://www.msmt.cz/vzdelavani/predskolni-vzdelavani/ramcovy-vzdelavaci-program-pro-predskolni-vzdelavani>
- Regrutová, L. (2012). Funkcia čísel v slovenskej ľudovej rozprávke transformovanej do prostredia akusticko-auditívnej komunikácie. In M. Bočák & J. Rusnák (Eds.) *Média a text 3: Mediálny text: lingvistiká – literatúra – kultúra*. Dostupné z: <http://www.pulib.sk/web/kniznica/elpub/dokument/Bocak3>.
- RVP PV s použitím analýzy M. Kaslové, & H. Liškové (2017). Dostupné z: <http://pages.pdf.cuni.cz/sc1/>
- Semerádová, S., & Hošpesová, A. (2013). Didaktické situace v předškolním období. *Magister*,1(1), 33–49.
- Slezáková J., Prokopová Machalová, P., Šubrtová, E., Grafová, I. M., Rybová, L., & Málková, M. (2020): *Předmět matematika – metodika pro učitele mateřských škol*. Praha: H-mat, o.p.s.
- Sotáková, H. (2021). Mathematical problem solving of students with autism spectrum disorders. *Gramotnost, pregramotnost a vzdělávání*, 5(1), 23–43.
- Světová konference OMEP (Organisation Mondiale pour l'Éducation Préscolaire)*. Praha: 2018. Dostupné z: <https://konference2018.omep.cz/book-of-abstracts>.
- Syslová, Z. (2017). *Učitel v předškolním vzdělávání a jeho příprava na profesi*. Brno: Masarykova univerzita.
- Syslová, Z., & Najvarová, V. (2012). Předškolní vzdělávání v České republice pohledem pedagogického výzkumu. *Pedagogická orientace*, 22(4), 490–515.
- Syslová, Z., & Najvarová, V. (2021). Přehledová studie výzkumů předškolního vzdělávání v České republice v letech 2011–2020. *Pedagogika*, 71(3), 483–504.
- Štípek, J., Rambousek, V., & Vaňková, P. (2015). Vybrané výsledky výzkumu rozvoje digitálních kompetencí žáků na ZŠ. *Pedagogika*, 47(3), 259–273.
- Švecová, V. (2014) Rozprávka ako nástroj na rozvoj matematických predstáv detí predškolského veku. In: *Studia scientifica facultatis paedagogicae*, 13(1), 65–73. Ružomberok: Verbum.

- Tatsis, K. (2014). The „Broken phone“ game as a tool to improve preservice kindergarten teachers' geometrical and pedagogical knowledge. In: *Studia scientifica facultatis paedagogicae*, 13 (1), 210–222. Ružomberok: Verbum.
- Tossavainen, T., Johansson, M., Faarinen, E.-Ch., Klisinska, A., & Tossavainen, A. (2018). Swedish primary and preprimary student teachers' views of using computers in preprimary mathematics education. *Journal of Technology and Information Education*, 10 (2), 16–23.
- Ugaste, A., Tuul, M., Niglas, K., & Neudorf, E. (2013). Estonian preschool teachers' views on learning in preschool. *Early Child Development and Care*, 184(3), 370–385.
- Uhlířová, M. (2018). Matematická pregramotnost z pohledu učitelek mateřských škol. In M. Uhlířová, & J. Wossala (Eds.) *EME 2018. Proceedings*, 125–126. Olomouc: Univerzita Palackého.
- Vágnerová, M. (2014). *Vývojová psychologie: dětství a dospívání*. Praha: Karolinum.
- Van Hiele, P. (1986). *Structure and insight*. Orlando: Academic Press.
- Vondrová, N., Havlíčková, R., Hirschová, M., Chvál, M., Novotná, J., Páchová, A., Smetáčková, I., Šmejkalová, M., & Tůmová, V. (2019). *Matematická slovní úloha. Mezi matematikou, jazykem a psychologíí*. Praha: Karolinum.
- Vygotskij, L. S. (1970). *Myšlení a řeč*. Praha: SPN.
- Weigl, I. (1982). *Porovnávanie, usporadúvanie, priradovanie*. Bratislava: SPN.
- Zemanová, R. (2015). *Jak děti předškolního věku rozumí prostoru*. Ostrava: Ostravská univerzita.
- Žilková, K. (2013). *Teória a prax geometrických manipulácií v primárnom vzdelávaní*. Praha: Powerprint.

**PhDr. Eva Nováková, Ph.D.**

Pedagogická fakulta, Katedra matematiky, Masarykova univerzita v Brně  
novakova@ped.muni.cz