



Matematické nadání z pohledu neuropsychologie a kognitivní psychologie¹

ONDŘEJ STRAKA, HYNEK CÍGLER, MICHAL JABŮŘEK

Anotace: Přehledová studie se zabývá strukturou a vzájemnými vztahy kognitivních schopností, které se promítají do jedné z nejdůležitějších oblastí vzdělávání – do matematiky. Předkládá pohled ze dvou odlišných, ale vzájemně se doplňujících perspektiv: z hledisek neuropsychologie a kognitivní psychologie. V obou případech kromě normálního fungování věnujeme zvláštní pozornost odchylkám od normy, a to jak ve smyslu mimořádného matematického nadání, tak i kognitivního deficitu.

V neuropsychologické části se v první řadě věnujeme otázce modularity, tedy nakolik jsou jednotlivé dílčí schopnosti potřebné pro matematické usuzování zajišťovány relativně samostatnými neuronálními subsystémy. Přinášíme také informace o lokalizaci těchto subsystémů. Dále se zaměřujeme na vztah mezi matematickým nadáním a organizací CNS na komplexní úrovni z hlediska hemisférické specializace, hemisférické asymetrie a vzájemné komunikace obou mozkových hemisfér v průběhu řešení kognitivně náročných úloh.

V části věnované kognitivním přístupům v první řadě popisujeme teorii PASS a čtyři hlavní kognitivní procesy, se kterými tato teorie pracuje a zamýšlíme se nad možnými implikacemi této teorie pro výuku matematiky. Dále pak předkládáme alternativní pohled na teorii rozmanitých inteligencí často využívanou v české pedagogické praxi. Ačkoli je podle svého autora H. Gardnera zakotvena mimo jiné neurokognitivně, ve světle posledních studií se nezdá být dostatečně empiricky podložena a její využitelnost ve výuce proto kriticky diskutujeme.

Závěrem se pak studie pokouší shrnout a zhodnotit důsledky prezentovaných poznatků pro pedagogickou praxi.

Klíčová slova: kognitivní funkce, kognitivní teorie, kognitivní schopnosti, neuropsychologie, matematické nadání, dyskalkulie.

Úvod

Zájem o pochopení vztahu mezi matematickými schopnostmi jedince a stavbou a funkcí jeho nervové soustavy není nový a lze jej vysledovat až do období počátku 20. století. Konkrétní a empiricky podlo-

žené poznatky se nejdříve týkaly zejména různých patologických stavů postihujících pacienty, kteří utrpěli úraz či jiné vážné poškození mozku. První detailní popis narušení matematických schopností u pacienta, který utrpěl lokální poškození mozku, publikovali Lewandowsky

¹ Tento článek vznikl v rámci projektu MUNI/A/0991/2013, *Adaptace diagnostických nástrojů pro identifikaci nadaných dětí se zaměřením na rodiče a pedagogy* za podpory grantových projektů specifického výzkumu na Fakultě sociálních studií UK.



a Stadelmann v roce 1908. V roce 1925 provedl Henschen analýzu více než 300 publikovaných případů a pro narušení početních dovedností v důsledku poranění mozku použil jako první termín *akalkulie* (Ardila & Rosselli, 2002). V průběhu následujícího vývoje došlo, podobně jako u některých dalších kognitivních defektů, k terminologickému rozlišení poruch matematických funkcí na základě jejich etiologie: zatímco termín *akalkulie* zůstal v souladu s původním užitím omezen na případy traumatického poškození dříve již normálně rozvinutých schopností, pro vývojový deficit narušující osvojení a upevnění těchto schopností během ontogeneze se vžil termín *dyskalkulie*, případně *vývojová dyskalkulie*.²

K enormnímu nárůstu informací o biologických základech matematických schopností došlo v průběhu druhé poloviny 20. století v souvislosti s rozvojem teoretické neuropsychologie a s nástupem moderních zobrazovacích metod, jako jsou například evokované potenciály, pozitronová emisní tomografie, funkční magnetická rezonance a některé další (pro podrobnější přehled a popis metod užívaných v neurovědách viz např. Kulišťák, 2003). Významným posunem v této oblasti bylo rovněž rozšíření zájmu o neuropsychologické aspekty matematických schopností, který se nyní neomezuje pouze na patolo-

gii těchto schopností, ale zaměřuje se rovněž na případy mimořádně rozvinutého či jinak výjimečného matematického nadání. Počátky tohoto směru bádání jsou spjaty zejména s rozsáhlým longitudinálním projektem SMPY (Study of Mathematically Precocious Youth, Výzkum matematicky nadané mládeže) realizovaným od počátku 70. let 20. století Julianem Stanleym na Univerzitě Johna Hopkinse v USA (Lubinski & Benbow, 2006).

Ačkoli má tedy neuropsychologie matematických schopností již poměrně dlouhou tradici a za dobu její existence bylo nashromážděno značné množství poznatků, vliv tohoto oboru na běžnou vzdělávací praxi je zatím spíše skromný a v podstatě nepřímý (Haier & Jung, 2008). Její potenciál je přitom rozsáhlý; poznání, jak probíhá zpracování výpočtů a matematických operací na neuronální úrovni, umožňuje pochopit vztahy mezi mnoha na první pohled různorodými a vzájemně nesouvisejícími projevy v myšlení a usuzování žáků. V některých případech naopak neuropsychologické studie vedou k závěrům, které se v pedagogické praxi již dlouho intuitivně uplatňují, ale dosud jim chybělo empirické potvrzení. Jak dále uvádí Haier a Jung (2008), biologickým základům kognitivních schopností obecně bude nutné v budoucnu věnovat širší pozornost rovněž z důvodů četných etických problémů, které

² Tento úzus nicméně není bezvýhradně dodržován, někteří autoři užívají termínu *dyskalkulie* i pro poruchy v důsledku poškození mozku – viz např. McCloskey (1992). Dále je třeba doplnit, že současně revize nejrozsáhlejších klasifikačních systémů – Mezinárodní klasifikace nemocí ICD 10 (Psychiatrické centrum Praha, 1992) a Diagnostického a statistického manuálu DSM-V (American Psychiatric Association, 2013) – termín *dyskalkulie* jako označení nozologické jednotky již nepoužívají. Například ICD 10 používá pro toto postižení termín *specifická porucha počítání*.



s sebou rozvoj v této oblasti přináší a se kterými se pedagogická praxe dosud příliš často vyrovnávat nemusela (jako ilustrativní příklad lze uvést možnost dočasného zvýšení účinnosti určitých kognitivních procesů prostřednictvím psychofarmak, které může dotyčného nespravedlivě zvýhodnit při standardizovaných testech studijních předpokladů, v rámci přijímacího řízení na střední či vysoké školy a podobně).

Vzhledem k velkému množství dílčích informací se pro přehlednost tohoto textu jeví účelné pojednat o neuropsychologických aspektech matematických funkcí odděleně s ohledem na velikost a rozsah dotčených mozkových struktur: na úrovni *strukturální*, kam spadá popis a zhodnocení významu jednotlivých dílčích oblastí mozku, u kterých bylo prokázáno zapojení do matematických procesů a operací, a na úrovni *funkční*, která zahrnuje vzájemnou interakci těchto dílčích oblastí, intra- a interhemisférickou koordinaci a vůbec činnost koncového mozku jako uspořádaného funkčního celku.

Za přínosné považujeme zahrnout do této stati rovněž některé teorie, které sice spadají spíše do oblasti kognitivní psychologie, z neuropsychologických přístupů ale také ve velké míře čerpají.

MODULARITA A LOKALIZACE MATEMATICKÝCH SCHOPNOSTÍ

Neuropsychologický pohled na mozkovou lokalizaci kognitivních funkcí prodléval komplikovaný vývoj, který se pohyboval mezi dvěma extrémy. Na jedné straně stála dnes již překonaná ekvi-

potencialistická teorie Karla Lashleyho, která v zásadě popírala jakoukoli lokalizaci a chápala mozkovou kůru jako jeden funkční celek, jehož všechny části se rovnoměrně podílejí na zabezpečení jednotlivých kognitivních procesů (Kolb & Whishaw, 1996). Druhý extrém představuje pojetí, podle něhož je pro každou dílčí kognitivní funkci vyčleněna jedna konkrétní oblast mozkové kůry, která se zároveň již nepodílí na zabezpečení funkcí dalších. Ačkoli toto pojetí s určitou mírou zjednodušení dobře popisuje mozkovou organizaci některých jednoduchých senzomotorických funkcí, na komplexní kognitivní procesy je vztáhnout nelze (Handy, Hopfinger & Mangun, 2006).

Vztah mezi komplexní kognicí a neuronálními strukturami, které ji zabezpečují, nejlépe popisuje model, který lze nazvat termínem vícečetná korespondence (Feifer & De Fina, 2005). Toto pojetí dobře odpovídá nálezům získaným prostřednictvím zobrazovacích metod, jež ale už dříve na základě klinických poznatků formuloval Lurija (1982). Základním rysem tohoto modelu je takové uspořádání, kdy určitá kognitivní funkce je realizována prostřednictvím specializované neuronové sítě (modulu), kterou lze alespoň přibližně lokalizovat do určité oblasti mozkové kůry. Souběžně se ale tento modul podílí na realizaci řady dalších funkcí, které si nicméně mohou být svojí povahou a typem zpracovávaných informací částečně podobné. Poškození či vývojově podmíněné oslabení daného modulu se pak projeví shlukem symptomů, jejichž vzájemná souvislost by se mnohdy obtížně

vysvětlovala bez přihlídnutí k mozkové organizaci.

Nástin lokalizace matematických schopností proto musí, má-li být vyčerpávající, obsahovat i vazbu těchto schopností na další psychické funkce (jazykové, prostorové, mnestické, exekutivní a jiné), s nimiž jednotlivé komponenty sdílejí společnou lokalizaci. Z neuropsychologického hlediska lze základní komponenty matematických schopností lokalizovat do čtyř poměrně volně vymezených oblastí mozkové kůry: temporoparietální (tato oblast je součástí systému, který zahrnuje kromě mozkové kůry i některé podkorové struktury), okcipitotemporální, parietální a prefrontální.

Temporoparietální oblast

Neuronální síť, která se významně podílí na verbální složce matematických schopností, je lokalizována v části kortexu zanořené v zadní části Sylviovy brázdy, což je brázda oddělující spánkový (temporální) a temenní (parietální) lalok.³ Proto někteří autoři používají pro tuto část mozku označení *perisylvviánský kortex* (Purves et al., 2004). Zmíněná neuronální síť je ovšem součástí širšího okruhu, do něhož jsou zapojeny i některé podkorové oblasti, zejména části bazálních ganglií a talamu (Dehaene & Cohen, 1997). Z hlediska matematických schopností jsou významné tyto struktury především v levé hemisféře. Uvedený systém se podílí převážně na ver-

bální paměti a na zpracování sériových verbálních operací (Lezak, 1995). Verbální paměť asociovaná s tímto systémem se vyznačuje přesným a velmi robustním uchováním relativně jednoduchých a často opakovaných řečových automatismů. Její podstatu lze demonstrovat na příkladu pacientů, kteří v důsledku poškození jiných částí mozku nejsou vesměs schopni samostatného mluveného projevu, nadále si ovšem (pokud perisylvviánský kortex levé hemisféry zůstal intaktní) vybavují například texty krátkých a jednoduchých písní či básní, ustálené společenské fráze, modlitby, slogany a podobně (Dehaene & Cohen, 1997). Při lézích lokalizovaných v perisylvviánském kortexu je naopak typickým příznakem neschopnost reprodukovat, byť i bezprostředně, řadu slov či slabik v pevně daném pořadí, toto narušení sériových procesů se ovšem neprojevuje u neverbálních podnětů (Lurija, 1982).

Obdobným způsobem tento systém funguje i ve vztahu k matematickým schopnostem (Feifer & De Fina, 2005). Temporoparietální oblast tedy zabezpečuje především mechanické zapamatování jednoduchých matematických (zejména aritmetických) pravidel a faktů, a to výhradně ve verbální podobě (např. *dvě plus tři se rovná pět*). I v tomto případě lze na povahu a specifickou roli tohoto systému usuzovat na základě disociací pozorovaných u neurologických pacientů a u některých vývojových poruch. Pokud je systém zahrnující perisylvviánský kortex

³ Ve své přední části odděluje Sylviova brázda lalok spánkový a čelní, tato část je ovšem z hlediska zpracování matematických informací relativně méně důležitá.



a s ním funkčně spojené podkorové struktury zachován a zároveň dojde k narušení jiných struktur zapojených do provádění početních operací, můžeme se setkat se stavem, kdy postižený jedinec správně a bez nápadných potíží dokáže odpovídat na jednoduché matematické otázky, aniž by ovšem chápal jejich smysl. Je si například schopen z paměti vybavit, že „pět a dva je sedm“, nechápe však princip komutativity.⁴ Pokud se tedy setká s opačným pořadím operandů a tento případ nemá rovněž paměťově fixován, selhává. Postižení temporoparietálního systému se naopak projeví nápadnými problémy ve verbálně vyjádřeném počítání, při nichž ovšem zůstává zachováno porozumění konceptu množství, chápání logického smyslu matematických postupů, schopnost přibližného odhadu kvantit a další schopnosti, které jsou nezbytné pro počítání a které přitom nesouvisí s jeho verbálním vyjádřením (Dehaene & Cohen, 1997).

Okcipitotemporální oblast

Jedná se o korovou oblast na rozhraní týlního (okcipitálního) a spánkového laloku. Na zpracování matematických informací se v určitém rozsahu podílejí okcipitotemporální struktury v obou hemisférách (Zamarian, Ischebeck & Delazer, 2009). Významnou strukturou je v této oblasti zejména *vřetenovitý závit* (gyrus fusiformis, někdy též označovaný jako zevní závit týlospánkový, gyrus

occipitotemporalis lateralis), dlouhý závit umístěný na bazální straně koncového mozku, který zde přechází ze spánkového do týlního laloku. Ačkoli má spánkový lalok význam především pro různé úrovně zpracování sluchových podnětů, jeho zadní část zajišťuje i zpracování informací vizuálního charakteru. Léze této oblasti vede často k neschopnosti identifikovat drobné rozdíly mezi komplikovanými plošnými vizuálními podněty, aniž by ovšem byla narušena prostorová představivost ve třech rozměrech (Lezak, 1995). Výsledky získané s užitím kognitivních evokovaných potenciálů dále ukazují její význam pro schopnost rozpoznávat tváře a různé známé živé či neživé objekty (Ihara & Kakigi, 2006). Vzhledem k této specializaci se kůra na rozhraní spánkového a týlního laloku významně podílí na rychlém, automatickém rozpoznávání grafémů v procesu čtení. Při lézích v oblasti spánkového laloku platí, že čím posteriorněji je léze lokalizována, tím pravděpodobněji bude doprovázena získanou poruchou čtení – *alexii* (Lezak, 1995).

S ohledem na matematické schopnosti se okcipitotemporální oblast analogicky podílí na rychlém, automatickém rozpoznávání vizuálně vnímaných čísel. Při jejím postižení doprovází zmíněné obtíže ve čtení rovněž narušené rozpoznávání čísel, a to buď úplné, nebo v lehčích případech omezené zejména na vícemístná čísla (Lurija, 1982). Na základě méně častých, ale přesto v literatuře zaznamenaných disociací lze nicméně usuzovat na to, že

⁴ Komutativita znamená, že binární operace jsou nezávislé na pořadí operandů (např. $3 + 5 = 5 + 3$).

jsou oba systémy, jak pro běžné čtení, tak pro čtení číslic a matematických symbolů, sice vzájemně úzce propojené, fungují však alespoň částečně samostatně. Temple (1989) například popisuje případ jedenáctiletého chlapce, který nedokázal přečíst ani zapsat diktovaná čísla, aniž by tato porucha byla doprovázena dalšími běžnými dyslektickými symptomy. Dehaene a kol. (1996) na základě výzkumu s využitím pozitronové emisní tomografie předpokládají, že neuronální systém zajišťující běžné čtení tvoří zejména dráhy spojující okcipitotemporální oblast s jinými částmi spánkového laloku, zatímco do systému realizujícího čtení čísel jsou více zapojeny dráhy vedoucí z této oblasti do bazálních ganglií.

Posteriorní (zadní) parietální oblast

Jedná se o zadní část temenních (parietálních) laloků obou hemisfér. Nepatří sem primární senzorická kůra, která se v temenním laloku nachází v bezprostředním sousedství centrální (Rolandovy) brázdy. Zpracování matematických informací se intenzivně účastní kortex ve třech dílčích strukturách: v *horním temenním lalůčku* (lobulus parietalis superior), v *brázdě nitrotemenní* (sulcus intraparietalis; tato rýha od sebe odděluje horní a dolní temenní lalůček) a v *dolním temenním lalůčku* (lobulus parietalis inferior), přičemž každá z nich má poněkud odlišnou funkci. Neuronální síť lokalizovaná do nitrotemenní brázdy se podílí zejména na schopnosti porovnávat odlišné kvan-

tity a na schopnosti přibližného odhadu množství (Zamarian, Ischebeck & Delazer, 2009). Jedinci, kteří mají tuto oblast intaktní a zároveň u nich došlo k postižení schopnosti rutinního zapamatování matematických faktů zajišťované temporo-parietálním systémem, vykazují specifický obraz symptomů. Ačkoli selhávají v jednoduchých aritmetických úlohách (např. $2 \times 3 = 6$), dokáží vesměs správně porovnávat velikost čísel ($9 > 4$) a dokáží i rozpoznat chybně vyřešený příklad, pokud se výsledek od správné hodnoty markantně odlišuje (např. $2 + 3 = 19$), případně při pokusu vyřešit zadaný příklad uvedou sice chybnou, ale přibližně odpovídající odpověď (např. $2 + 3 = 6$). Případy dvojité disociace spojené se selektivním poškozením zadních temenních oblastí se projevují víceméně opačnými symptomy: pacient si sice vybavuje rutinní aritmetické znalosti, selhává však, pokud se zadání příkladu byť i minimálně změní (např. pouze změnou pořadí sčítanců) a tato změněná forma není uložena ve verbální paměti. Dále je v takovém případě narušena schopnost přibližně určit množství předmětů, porovnávat čísla podle velikosti a vůbec chápat číselnou řadu jako pevně uspořádaný vzestupný systém. Pacient například nedokáže odpovědět, jaké číslo leží mezi čísly 2 a 4 (Dehaene & Cohen, 1997).

Funkce horního temenního lalůčku při řešení početních úloh spočívá zejména v zajištění vizuoprostorových představ. Kromě toho se tato struktura podílí na prostorové složce pracovní paměti a částečně i na zacílení pozornosti



(Zamarian, Ischebeck, & Delazer, 2009). Horní temenní lalůček je tak dalším velmi názorným příkladem principu vícečetné korespondence – již z uvedeného letmého výčtu je patrné, že jeho funkce se uplatní v řadě dalších procesů mimo oblast počítání. Vedle poměrně známého a široce studovaného problému mentální rotace (ta se pochopitelně vyskytuje i v mnoha jiných, nematematických kontextech) uvádí Stanescu-Cosson a kol. (2000) například nálezy získané s využitím funkční magnetické rezonance, které ukazují na velmi podobný profil aktivace této oblasti jak při řešení početních úloh, tak při koordinovaných pohybech očí a rukou na základě vyhodnocování informací ve zrakovém poli.

Dolní temenní lalůček tvoří spodní část temenního laloku. Anatomicky sestává ze dvou závitů: *závitu nadokrajového* (gyrus supramarginalis) a *závitu úhlového* (gyrus angularis). Význam těchto struktur pro počítání a pro některé další kognitivní schopnosti je v neuropsychologii znám již velmi dlouho vzhledem k nápadnému charakteru symptomů spojených s jejich lézemi, které velmi podrobně popsal například Lurija (1982). Na základě těchto zkušeností lze konstatovat, že také dolní část temenního laloku se významně podílí na realizaci prostorových představ a na zajištění prostorové orientace. Nemocní s lézemi v této oblasti se snadno ztratí v budově, nedokáží rozmístit objek-

ty v trojrozměrném prostoru podle vzoru či instrukce, nemohou používat mapy či plány, mají obtíže s určením polohy ručiček na hodinách a podobně. Nápadný je v této souvislosti zejména deficit pravolevé orientace a rovněž problémy s orientací na vlastním těle. Častá je také přítomnost *agrafie* (tj. získané poruchy psaní). Souhrn těchto příznaků se někdy označuje termínem Gerstmannův syndrom.⁵

Pro matematiku pak má význam především jev, který Lurija (1982) označuje jako *narušení kvaziprostorových syntéz*. Jedná se o poruchu ve zpracování jazykových či symbolických informací, u kterých záleží na jejich vzájemném uspořádání. Jedinec s tímto typem postižení obtížně chápe nejen větné konstrukce popisující prostorové („čtverec pod křížem“) či časové („jaro před létem“) vztahy, ale má problémy i s porozuměním syntaktickým strukturám, které mohou měnit význam na základě pozice gramatických morfémů (postižený nedokáže správně interpretovat výrazy „bratrův otec“ či „otcův bratr“ apod.). Při řešení matematických problémů pak analogicky selhává v situacích vyžadujících chápání pozičního významu číslice v čísle, pořadí prováděných aritmetických operací atd. Jako příklad lze uvést odečítání s přechodem přes desítku: při odečítání $31 - 7$ je jednou z možných strategií nejprve zaokrouhlit menšence na celé desítky, od takto upraveného čísla odečíst menšítele ($30 - 7$) a k výsledku

⁵ Vzhledem k tomu, že všechny typické příznaky – tj. akalkulie, agrafie, problémy s pravolevou orientací a problémy s orientací na vlastním těle (zejména tzv. agnózie prstů) – se nemusí vždy nutně vyskytovat společně, byl pojem Gerstmannova syndromu podroben kritice a dnes je mu přisuzován význam spíše historický (Kulišťák, 2003).



následně přičíst rozdíl ze zaokrouhlení ($23 + 1$). Postižený s narušením kvaziprostorových syntéz sice dokáže někdy provést první dva kroky, následně ale neví, ke které z cifer v čísle 23 má zbývající jednotku přičíst, což může vést například k chybnému výsledku 33. Je pochopitelné, že narušení funkce dolních temenních oblastí se projeví také obtížemi v písemných výpočtech, u nichž záleží na prostorovém uspořádání zápisu. Sem patří například zlomky, písemné sčítání a odčítání atd. (Lezak, 1995).

Prefrontální oblast

Tuto poměrně rozsáhlou a ne zcela jednoznačně vymezenou oblast tvoří přední část čelního (frontálního) laloku, která je umístěna před premotorickou a na mediální ploše hemisféry i před paralimbickou kůrou (Kulišťák, 2003). I ve funkci prefrontálních oblastí byly zaznamenány určité rozdíly mezi oběma mozkovými hemisférami, ty ovšem nejsou natolik výrazné jako u jiných částí koncového mozku (Lezak, 1995).

Úloha prefrontálního kortexu při realizaci matematických operací je zásadně odlišná od role všech výše uvedených oblastí. Zatímco ostatní dosud uvedené struktury lze vždy spojit s určitým specifickým typem informací, na jejichž zpracování se podílejí (např. verbální či vizuální), u prefrontální kůry takováto specializace chybí. Tato oblast naopak integruje a reguluje činnost velkého množství dílčích systémů lokalizovaných v dalších částech mozkové kůry i v některých podkorových strukturách. Prefrontální

kůra tak zajišťuje schopnost plánování, vytváření strategií, zacílení pozornosti a odolávání distraktorům a schopnost průběžného monitorování vlastní činnosti. Pro souhrn těchto schopností se obvykle v neuropsychologii užívá termínu *exekutivní funkce* (Strauss, 2006). Při jejich narušení je typické, že postižený dokáže vcelku normálně nebo jen s nepatrnými obtížemi plnit i relativně náročné kognitivní úlohy, pokud jsou mu ale zadány izolovaně a nevyžadují od něj žádnou vlastní iniciativu. Proto se tento deficit zpravidla ani neprojeví ve většině běžně užívaných testů inteligence (Lezak, 1995), které obvykle sestávají z řady dílčích úkolů řešitelných nezávisle na sobě. V plném rozsahu je naopak patrný v situacích, kdy postižený musí analyzovat jednotlivé části předloženého problému, naplánovat jeho řešení v dílčích postupných krocích a průběžně monitorovat dosažené výsledky.

Význam prefrontální kůry pro matematické schopnosti dokládají opět jak klinické zkušenosti, tak data získaná s využitím zobrazovacích metod. Jako typický, velmi ilustrativní příklad narušení matematických schopností při lézích prefrontální kůry uvádí Lurija (1982) řešení úloh typu: *na 2 policích bylo dohromady 18 knih, na první polici bylo dvakrát více knih, než na druhé. Kolik knih bylo na každé polici?* Obvyklou chybou je v takovém případě řešení: $2 \times 18 = 36$, $36 + 18 = 54$. Postižený tedy dokáže správně (bezchybně) realizovat jednotlivé dílčí aritmetické výpočty, celkový postup je však chybný. Narušení schopnosti průběžného monitorování výsledků zároveň vede k tomu, že



si ani neuvědomuje přímý rozpor dosaženého výsledku s původním zadáním, a to ani tehdy, pokud se jej examinátor k takovému poznání snaží dovést. Jediným způsobem, jak lze postiženému pomoci řešit tento druh úloh, je rozčlenění správného postupu na řadu po sobě následujících otázek se zvláštním zdůrazněním každého dalšího kroku.

Opakovaným sledováním činnosti mozku pomocí funkční magnetické rezonance lze zaznamenat změny v distribuci aktivity v závislosti na míře osvojení postupu. Pokud se jedinec setkává s pro něj novým typem kognitivně náročných úloh, která vyžaduje vytváření a průběžné upravování strategií jejího řešení, je u něj patrná výrazně zvýšená aktivita prefrontálních oblastí. S postupným nácvikem a s tím, jak se úloha stává rutinní, prefrontální aktivita klesá (Haier & Jung, 2008). V případě matematiky dochází ke zvýšené prefrontální aktivitě na počátku nácviku i u některých úloh, které se na první pohled mohou zdát vcelku triviální (například násobení či odčítání v oboru do 100). To ukazuje, že i tyto úlohy vyžadují určitou exekutivní podporu, což odpovídá běžné zkušenosti pedagogů prvního stupně. Systematický nácvik opět vede k poklesu prefrontální aktivity, u zkušených probandů je maximum aktivity soustředěno v perisylviańském a parietálním kortexu (Ischebeck et al., 2006). Zvýšená prefrontální aktivita se rovněž projevuje při řešení komplexních mate-

matických úloh přesahujících svou náročností prostou aritmetiku – např. úloh vyžadujících užití algebry, diferenciálního a integrálního počtu atd. (Anderson, Betts, Ferris & Fincham, 2011).

TEORIE TROJÍHO KÓDU

Jednotlivé dílčí poznatky o mozkové lokalizaci matematických schopností se pokusili integrovat Dehaene a Cohen (1997) do tzv. **teorie trojího kódu** (triple code theory). Přínos tohoto modelu je v tom, že se neomezuje pouze na oblast klinické neuropsychologie, tj. na vysvětlení symptomů doprovázejících obvykle rozsáhlá mozková poškození, k nimž navíc často dochází zejména u dospělých osob a které proto z pedagogického hlediska nejsou samy o sobě příliš zajímavé. Teorie trojího kódu má svůj význam i pro vysvětlení povahy mnoha příznaků, se kterými se setkáváme u vývojových poruch učení, což je problematika v pedagogické praxi aktuální a ve srovnání s klinickými případy i mnohem častější. Dehaenův a Cohenův (1997) model předpokládá, že informace, s nimiž člověk pracuje při matematických výpočtech, mohou být reprezentovány ve třech formách – kódech. *Verbální kód* (verbal code) představuje vyjádření matematických faktů v podobě slovního popisu, který je uložen ve verbální dlouhodobé paměti. Zpracování verbálního kódu zajišťuje levý temporoparietální kortex. *Vizuální kód*⁶ pracuje s čísly v graficko-symbolické

⁶ Vzhledem k všeobecně rozšířenému používání arabských číslic v naprosté většině současných školských systémů používají Dehaene a Cohen (1997) termín „visual-arabic code“, tedy doslovně přeloženo „vizuálně-arabský kód“.

podobě, přičemž ovšem musí být zajištěno spojení mezi grafickou a verbální formou čísla. Klíčovou neuroanatomickou strukturou je zde vřetenovitý závit v obou okcipitotemporálních oblastech. Třetím způsobem, jakým mohou být matematické informace reprezentovány, je *analogový kód* (magnitude code, příp. analog magnitude code). Jedná se o formu uvědomování si a porovnávání kvantit spojenou s funkcí parietálních laloků obou hemisfér.

V ontogenezi se jako první objevuje analogový kód, který lze v rudimentární formě zaznamenat již u kojenců – prostřednictvím experimentálních behaviorálních metod bylo prokázáno, že již v šestém měsíci života dokáží děti přibližně rozlišovat mezi odlišnými počty předmětů, pokud se počet předmětů v porovnávaných skupinách liší alespoň v poměru 1:2 nebo vyšším (Lipton & Spelka, 2003). Diskriminovat malá čísla jsou děti schopny již ve třech letech (Shalev, Auerbach, Manor & Gross-Tsur, 2000). Schopnost pracovat s analogovým kódem se dále rozvíjí v průběhu celého dětství, což v mnoha ohledech precizně popisuje například klasická Piagetova teorie vývojových stadií. Po zahájení systematické formální výuky matematiky na počátku školní docházky nabývá významu rovněž kód vizuální a především verbální. Teorie trojího kódu předpokládá, že právě prostřednictvím verbálně vyjádřených výroků je osvojena a následně v dlouhodobé verbální paměti uložena většina elementárních aritmetických znalostí (např. výsledky sčítání v první desítkě, tabulka násobků). Po završení výuky elementární aritmetiky v dět-

ství a následně v celém průběhu dospělosti pak mohou být za normálních okolností výpočty realizovány dvojím způsobem. Při prvním, přímém způsobu je graficko-symbolické vyjádření problému (2×4) překódováno do verbální podoby (*dva krát čtyři*) a na základě této části výroku je z dlouhodobé paměti vybaveno jeho dokončení (*dva krát čtyři je osm*). Druhý, nepřímý způsob vyžaduje od počátku sémantické uchopení dané úlohy. Vizualně prezentované zadání je v tomto případě překódováno do analogového kódu a příklad je pomocí smysluplných operací realizovaných neuronálními systémy v parietálním kortexu vyřešen. Výsledná kvantitativní představa je následně překódována do verbální formy, která umožňuje její pojmenování a vyjádření. Při výpočtech přesahujících svou náročností elementární aritmetiku (nemusí se přitom jednat o vysoce komplexní úlohy, do této kategorie lze zařadit i takové operace jako násobení dvouciferných čísel, pro něž již člověk obvykle nemá uloženy v dlouhodobé paměti přímé výsledky) je pak nutné zapojení všech výše uvedených mozkových struktur: celý výpočet je potřebné rozčlenit na jednotlivé dílčí kroky (což realizují prefrontální exekutivní funkce), při řešení jednotlivých mezivýpočtů, které vyžadují vzhled do vzájemných kvantitativních vztahů (parietální funkce), jsou zároveň dle potřeby průběžně vybavovány z dlouhodobé paměti elementární aritmetické znalosti, jejichž užití mezivýpočet vyžaduje (temporoparietální funkce).

Podstatným znakem Dehaenova a Cohenova modelu (1997) je skutečnost, že



charakter symptomů projevujících se při nějaké formě patologie (ať už v případech poranění mozku, nebo v mírnější podobě u vývojových poruch učení) nevyplývá pouze z neurokognitivní architektury mozku, ale promítá se do něj také obsah kurikula a způsob, jakým je (či byl) daný jedinec v matematice vzděláván. Tento aspekt se projevuje například nápadnou disociací mezi základními matematickými operacemi při postižení parietálního kortexu, kdy je (při počítání s dostatečně malými čísly) možné pozorovat výrazně horší výkon v operacích odčítání a dělení oproti operacím sčítání a násobení. Dehaene a Cohen (1997) vidí příčinu tohoto rozdílu v uspořádání matematického učiva: fakta týkající se sčítání a násobení jsou vyučována dříve a děti jsou vedeny k jejich přímému mechanickému zapamatování, zatímco při výuce odčítání a dělení se již učí používat složitější postupy, které vyžadují i práci s analogovým kódem. Na základě této úvahy pak lze například spekulovat o tom, že u pacientů s parietálními lézemi, jejichž předchozí výuka matematiky by stavěla na mnohočetném, opakovaném mechanickém zapamatování výroků pokrývajících i oblast odčítání či dělení, by podobný efekt nenastal.

Nepřímým dokladem pro platnost této hypotézy je výzkum, který provedli Delazer a kol. (2003) na zdravých dospělých dobrovolnících s využitím funkční magnetické rezonance. Zkoumané osoby se podrobily několikadennímu nácviku, který zahrnoval mnohonásobné mechanické opakování zaměřené sice na schopnost násobení, ale obsahující úlohy s vyššími

číslí, které obvykle obsahem dlouhodobé paměti upevněné v prvních letech školní docházky u většiny lidí nejsou (např. 23×8). Po ukončení fáze učení byla výbavnost položek začleněných do nácviku a měřená reakčním časem prakticky srovnatelná s výbavností triviálních aritmetických faktů. Aktivita mozku měřená pomocí fMRI vykazovala přesun z oblasti nitrotemenní brázdy do perisylviánského kortexu. Uvedený jev mimo jiné poukazuje na skutečnost, že je poněkud problematické usuzovat pouze na základě pozorovaných disociací na existenci samostatných modulů specializovaných na provádění jednotlivých matematických, nebo obecně jakýchkoli kognitivních operací. Není totiž snadné odlišit, zda není disociace kulturně vázaná na standardní způsob výuky. Izolace určité schopnosti při poškození mozku je přitom jedním z klíčových kritérií v teorii mnohočetných inteligencí H. Gardnera (1983, 1999a, 1999b), o které pojednáváme níže.

Ačkoli teorie trojího kódu dokáže vysvětlit soubor mnoha dílčích symptomů charakteristických pro patologii matematických schopností, existují jevy, které v rámci tohoto modelu vysvětlit nelze. Deloche a Willmes (2000) kriticky hodnotí zejména fakt, že teorie trojího kódu ignoruje situace, kdy jedinec získává zadání matematické úlohy v písemné, avšak zároveň verbální formě (tj. například vidí napsaný text: osm plus jedna). Přestože tato forma informačního vstupu není, zejména v dospělosti, příliš častá, její ignorování by mohlo zkreslit celkový pohled na neurokognitivní systém zajišťující



zpracování matematiky. Z pedagogického hlediska je pak důležité zvážit, nakolik se rozdíly mezi verbální a numerickou písemnou formou projeví například při řešení slovních úloh, které tvoří v období povinné školní docházky významnou část matematického kurikula. Deloche a Willmes (2000) popsali případ disociace mezi oběma formami zpracování a na základě svých zjištění usuzují, že způsob paměťového uchování základních aritmetických faktů je složitější, než předpokládá model Dehaeneho a Cohena. Základní rozdíl spočívá v přesvědčení, že elementární matematické znalosti jsou uchovány prostřednictvím dvou modálně specifických systémů – sluchového a zrakového.

Teorie trojího kódu a poruchy učení

Zatímco deficity matematických schopností doprovázející poranění nebo jiné vážné poškození mozku jsou zpravidla velmi nápadné a zřetelné, v případě vývojových poruch učení se často projevují pouze nevyrovnaným výkonem (kdy dítě určitý typ úlohy v jednom případě splní, a v jiné zcela analogické úloze selže), nápadnými obtížemi při řešení a delším časem potřebným pro jeho dokončení nebo případně i úplným selháním, ke kterému však dochází spíše u obtížnějších úloh. Nalézt příčinný vztah mezi přítomnou symptomatologií a narušením funkce některého modulu je proto obecně těžší než u klinických případů.

O aplikaci teorie trojího kódu na problematiku vývojových dyskalkulií se po-

kusil von Aster (2000). Na základě analýzy chyb v komplexní baterii matematických úloh identifikoval tři subtypy vývojové dyskalkulie. U verbálního subtypu se nejčastěji objevují problémy ve správném a úplném vyjmenování vzestupné číselné řady, při hlasitém počítání předmětů tyto děti vynechávají jedno číslo, nebo jej naopak použijí vícekrát, vzhledem k absenci naučených výsledků v dlouhodobé paměti musí i základní úlohy sčítání řešit komplikovaným způsobem s využitím názorných představ a kvůli tomu se často dopouštějí drobných chyb.

Obtíže vyplývající z deficitů ve zpracování vizuálního kódu se projevují u specifické skupiny dětí, jejichž problémy se omezují pouze na zvýšenou chybovost ve čtení a psaní arabských číslic. Obě uvedené formy deficitu se vyznačují tím, že při nich není narušen základní koncept čísla, který by bránil dětem vnímat, porovnávat a odhadovat různá množství, orientovat se na číselné ose a podobně.

Deficit ve zpracování analogového kódu má naproti tomu na celkové matematické výsledky podstatně rozsáhlejší dopad. Děti, u kterých bylo patrné narušení základních kvantitativních představ, totiž zároveň selhávaly i ve všech ostatních matematických úlohách. Tento typ dyskalkulie byl proto označen jako pervazivní. Von Aster (2000) na základě této skutečnosti předložil hypotézu, že normální maturace modulu pro analogový kód v průběhu ontogeneze je nezbytnou podmínkou pro optimální rozvoj modulů pracujících s kódem verbálním a vizuálním. Pokud totiž dítě nemá odpovídající



představu kvantity, s níž by mohlo propojit její symbolické (verbální nebo vizuální) vyjádření, je jeho schopnost uložit si tyto symbolické reprezentace do dlouhodobé paměti rovněž velmi omezená.

Teorie trojího kódu ovšem umožňuje novým způsobem interpretovat i jiné klasifikační systémy, které z ní a ani z neuropsychologických dat obecně nejsou odvozeny. V rámci pedagogicko-psychologického poradenství v České republice je pro diagnostiku vývojových dyskalkulií velmi často používána poměrně stará klasifikace, kterou na počátku 70. let minulého století vytvořil Košč (1972). Tento systém rozlišuje šest typů dyskalkulie: verbální, praktognostickou, lexickou, grafickou, ideognostickou a operacionální. Zatímco některé z těchto kategorií (zejména verbální a lexická) s ohledem na přítomné symptomy do určité míry odpovídají výše nastíněným subtypům vycházejícím z Dehaenova a Cohenova modelu, značně problematická je naopak často užívaná diagnóza operacionální dyskalkulie. Její projevy (tedy záměny a chybná provedení aritmetických operací, uchylování se k písemnému počítání v úlohách, které by mělo být snadné vyřešit z paměti, a jiné) lze totiž s ohledem na teorii trojího kódu vysvětlit několika různými příčinami. Může se jednat buď primárně o deficit exekutivních funkcí, nebo může jít o poruchu ve zpracování analogového kódu. Zmíněná preference písemných výpočtů před pamětovými pak může být interpretována i jako narušení kódu verbálního. Má-li diagnostika dítěte s matematickými problémy vést k nalezení mechanismu

poruchy a na základě toho k vytvoření vhodného pedagogického postupu pro její překonání či kompenzaci, vyžaduje to zejména u kategorie operacionální dyskalkulie velmi důkladnou analýzu všech typů chyb, kterých se dítě dopouští. Kromě toho by mělo být běžnou součástí takového vyšetření i posouzení dalších funkcí, zejména mnestických a exekutivních. Kvalitní posouzení exekutivních funkcí umožňuje např. nástroj CAS, o němž pojednáváme níže. Jeho česká standardizace nicméně bohužel není k dispozici.

NEUROPSYCHOLOGIE MIMOŘÁDNÉHO MATEMATICKÉHO NADÁNÍ

Jak jsme viděli na výše uvedených příkladech, představuje teorie trojího kódu užitečný referenční rámec zejména pro různé formy poruch matematických schopností. Neuropsychologický přístup se nicméně uplatňuje i v opačných situacích, tedy v případech mimořádného matematického nadání, případně mimořádných schopností omezených pouze na některou úzkou oblast matematiky.

Velmi originálním, vlivným, ale i značně kontroverzním (McManus & Bryden, 1991) modelem, který se vedle mnoha dalších aspektů přímo vyjadřuje také k otázce matematického nadání, je tzv. **Geschwindova-Galaburdova hypotéza**, která je někdy též označována jako Geschwindova teorie mozkové lateralizace, případně jako Geschwindova-Behanova-Galaburdova (dále jen GBG) hypotéza (Krommydas, Gourgoulanis, Andreou & Molyvdas, 2003). Velmi zjednodušeně

řečeno předpokládá tento model následující kauzální mechanismus: pokud dojde v určité fázi nitroděložního vývoje k abnormálnímu zvýšení hladiny testosteronu (ať už z genetických, nebo z jiných příčin), vede to ke zpomalení vývoje levé mozkové hemisféry. V souladu s principem mozkové plasticity dojde v důsledku toho k rychlejšímu a mohutnějšímu rozvoji odpovídajících struktur v hemisféře pravé, která se u takových jedinců stává zpravidla dominantní. Kompenzační rozvoj pravé hemisféry se pak v dalším průběhu ontogeneze projeví přítomností mimořádného talentu v těch dovednostech, na jejichž zajištění se dotčené pravoemisférové struktury podílejí (Geschwind & Galaburda, 1987). V populaci jedinců vystavených v prenatálním období zvýšenému působení testosteronu tak lze v dospělosti předpokládat vyšší zastoupení mimořádného matematického nadání a uměleckých schopností souvisejících s prostorovým faktorem, které se uplatní například v architektuře. Vedle toho může být dalším projevem i určitý druh pohybového talentu, který souvisí se schopností extrémně přesné koordinace pohybů vzhledem k ose těla (McManus & Bryden, 1991).

Vzhledem k narušení maturace levé hemisféry ovšem GBG hypotéza předpokládá, že uvedené „pozitivní“ projevy budou zároveň doprovázeny přítomností deficitů vázaných na oslabené levoemisférové funkce, především jazykové. U dotčených jedinců proto lze předpokládat

vyšší výskyt vývojových dysfází, neurobiologicky podmíněné koktavosti a zejména vývojových dyslexií. Další jednoznačně negativně vnímané symptomy pak vyplývají z účinku prenatálního testosteronu na některé další tělesné orgány, jejichž oslabení vede k narušení imunitního systému a ke zvýšenému výskytu imunitních poruch v průběhu ontogeneze. S ohledem na dominanci pravé hemisféry je rovněž předpokládán zvýšený výskyt leváků a ambidextrů v této populaci (Geschwind & Galaburda, 1987).

Význam GBG hypotézy pro psychologii mimořádného nadání spočívá především v tom, že přináší smysluplné vysvětlení pro případy tzv. *dvoji výjimečnosti*, tedy pro děti, u nichž je mimořádný talent v jedné oblasti doprovázen poruchou či deficitem v oblasti jiné. V protikladu ke stále ještě rozšířeným laickým představám a mýtům (Reis & Renzulli, 2009) ukazuje, že souběh nadání a deficitu je nejen možný, ale svým způsobem i zákonitý. Tuto skutečnost dobře vystihuje Geschwindův termín *patologie superiority*. Obtížněji se v tomto rámci interpretují naopak případy mimořádného nadání všeobecného, rovnoměrně rozvinutého ve všech oblastech a bez přítomnosti zjevných deficitů. I pro takové jevy lze nicméně nalézt v teorii mozkové lateralizace možná vysvětlení.⁷

V případech matematiky vede aplikace GBG modelu k některým netriviálním závěrům pro pedagogickou praxi. V od-

⁷ Geschwind a Galaburda (1987) v této souvislosti vyslovili dílčí hypotézu, která předpokládá, že abnormálně dlouhé těhotenství, případně výrazně opožděný nástup puberty později v ontogenezi umožní dostatečný vývoj i v případě levé hemisféry, což se projeví vyšší kvalitou levoemisférových schopností, například jazykových.



díle věnovaném lokalizaci jednotlivých matematických modulů jsme viděli, že pro osvojení a zautomatizování základních aritmetických znalostí je klíčová činnost levého temporoparietálního kortexu. U mimořádně nadaných dětí s dvojí výjimečností je ale vývoj této oblasti narušen a opožděn. Odtud vyplývá poněkud paradoxní závěr, že určitá část mimořádně nadaných dětí, jejichž matematické vlohy se uplatní až v pozdějším věku (především v oborech matematiky náročných na prostorovou představivost a schopnost vizualizace, např. topologie, teorie grafů apod.), může na počátku školní docházky naopak vykazovat zřetelné známky deficitu a mohou se jevit jako jednoznačně podprůměrní žáci.

Výsledky posouzení platnosti GBG hypotézy jsou celkově nejednoznačné. Jak uvádějí McManus a Bryden (1991), základní problém spočívá v tom, že GBG hypotéza představuje v celém svém rozsahu natolik komplexní systém, že je jako celek jen obtížně falzifikovatelná v popperovském smyslu. Reálně lze provést pouze izolované ověřování jejích dílčích aspektů. Benbowová (1988) studovala výskyt symptomů predikovaných GBG hypotézou v populaci matematicky mimořádně nadaných studentů zapojených do projektu SMPY. V souladu s jejími předpoklady

zaznamenala především zvýšený výskyt leváctví a ambidextrie v této populaci, a rovněž zvýšený výskyt alergií. V rozporu s očekáváním byl naproti tomu nález podobných fyziologických rysů, jak u studentů matematicky nadaných, tak u studentů dosahujících mimořádných skóre v některých verbálních zkouškách.⁸ Výsledky podporující některé dílčí předpoklady GBG hypotézy byly získány ve studiích zaměřených na další specifické populace. Götestam a Olof (1990) například zaznamenali zvýšený výskyt leváctví, poruch učení a koktavosti u studentů architektury, Krommydas a kol. (2003) uvádí vyšší zastoupení leváků a ambidextrů mezi dětmi trpícími některými formami astmatu. Ve studii pracující s běžnou populací potvrdili Kalmady a kol. (2013) souvislost mezi nepřímými markery prenatální hladiny testosteronu a výkonem v prostorově-paměťových zkouškách v dospělosti. Přímý vztah mezi hladinou testosteronu a lateralitou byl prokázán i u zvířat (Clark, Robertson & Galef, 1996). Biederman a kol. (1995) naproti tomu nalezli žádný vztah mezi poruchami čtení, imunitními poruchami a lateralitou u dětí s ADHD. Flanery a Liederman (1995) provedli rozsáhlý výzkum, který na rozdíl od výše uvedených studií pracoval s velkým výběrem dětí (N = 11 578). Výsledky

⁸ S přihlédnutím ke studiím (Novoa, Fein & Obler, 1988; Schneiderman & Desmarais, 1988), které se zabývají mimořádnými jazykovými schopnostmi, lze dovodit následující hypotézu: jedinci s převahou pravohemisférových funkcí mohou dosahovat výborných výsledků v těch jazykových úlohách, které jsou náročné na schopnost verbálně-logického myšlení, tedy v úlohách typu „slova *kos* a *pták* mají podobný vztah jako *kočka* a *savec*“ a podobně. Na úspěšném řešení tohoto druhu verbálních problémů se přitom mohou výrazně podílet výše uvedené procesy kvaziprostorových syntéz, které popsal Lurija (1982). V dalších jazykových úlohách, na kterých se tento proces nepodílí, tedy například při rychlé výbavnosti slov, při intuitivním chápání gramatiky cizího jazyka a podobně, bude jejich výkon podstatně horší.

tohoto výzkumu GBG hypotézu v plném rozsahu nepotvrdily, jako problematická se ukázala zejména předpokládaná souvislost mezi lateralitou a postižením imunity. I v této studii byla nicméně zaznamenána souvislost mezi vývojovými poruchami a lateralitou.

Vedle hemisférické asymetrie je dalším faktorem, který podmiňuje mimořádné kognitivní výkony, rovněž kvalita přenosu informací mezi jednotlivými laloky v rámci každé hemisféry. Na základě velkého množství dat získaných prostřednictvím zobrazovacích metod zformulovali Haier a Jung (2007) tzv. **parieto-frontální integrační teorii** (P-FIT). Tato teorie se ovšem neomezuje pouze na matematické nadání, ale pokouší se vysvětlit neuronální mechanismus veškerých kognitivních schopností, které obvykle shrnujeme pod pojem inteligence. Model P-FIT předpokládá následující posloupnost zpracování informací: Data registrovaná zrakovou a sluchovou percepcí jsou zpracována primárními a sekundárními systémy ve spánkovém a týlním laloku. Korové oblasti, v nichž jsou tyto moduly lokalizovány, jsou dále propojeny s temenní kůrou, především v oblasti nadokrajového a úhlového závitu. Tyto části temenní kůry při své činnosti průběžně interagují s prefrontální kůrou, která organizuje prověřování různých způsobů řešení dané úlohy. Jakmile je nalezen nejlepší postup, dojde k utlumení alternativních strategií, což zajišťuje mechanismus lokalizovaný v přední části závitů pletencového (gyrus cinguli). Haier a Jung (2007) dále předpokládají, že mimořádné kognitivní

schopnosti nemohou být vysvětleny pouze výbornou funkčností jednoho či více zapojených modulů, ale závisí především na rychlosti a spolehlivosti přenosu vzruchů mezi jednotlivými oblastmi, především pak mezi oblastmi lokalizovanými v temenním laloku a oblastmi frontálními. Kvalita přenosu vzruchů přitom závisí na stavu bílé hmoty, konkrétně na šířce axonů a tloušťce jejich myelinové vrstvy.

Vzhledem k tomu, že rozdíly ve funkčnosti jednotlivých korových oblastí mohou být vykompenzovány kvalitou jejich vzájemného propojení, P-FIT teorie předpokládá, že různí jedinci mohou v souhrnu dosahovat srovnatelných výsledků, přestože se liší ve stupni zapojení těchto oblastí v průběhu řešení úlohy (Haier & Jung, 2008). Tyto rozdíly byly zaznamenány v mnoha různých formách, zejména ve studiích porovnávajících profily mozkové aktivity mužů a žen, a to jak se zaměřením přímo na matematické schopnosti (Haier & Benbow, 1995), tak ve výzkumech zacílených na další aspekty kognitivního fungování (Schmithorst & Holland, 2006; Schmithorst, Holland & Dardzinski, 2008; Yurgelun-Todd, Killgore & Young, 2002).

KOGNITIVNÍ PŘÍSTUPY

K MATEMATICKÝM SCHOPNOSTEM

V předchozích oddílech jsme shrnuli vybrané neuropsychologické teorie matematických schopností. Vedle nich však existují i kognitivní přístupy, které upřednostňují především psychologické hledisko. Jednotlivé kognitivní funkce tedy



studují především s ohledem na jejich pozorovatelné či měřitelné projevy. Mnoho kognitivních přístupů zcela ignoruje jejich neurobiologické aspekty, některé se ovšem naopak pokoušejí oba pohledy uvést do souladu.

V následující části popíšeme dvě dominantní kognitivní teorie, které mají přímý vztah k matematickým schopnostem a které jsou podle svých autorů v souladu se současným neuropsychologickým poznáním. Jedná se o tzv. teorii PASS a o teorii mnohočetných inteligencí.

TEORIE PASS

Obecný popis

Teorie PASS vychází z práce již dříve několikrát zmiňovaného neuropsychologa A. R. Luriji (např. 1973, 1980) a z následných výzkumů, které na jeho myšlenky navazovaly a empiricky potvrdily jeho předpoklady (např. Das, 1972; Das, Kirby & Jarman, 1975, 1979).

Autoři teorie PASS Naglieri a Das (např. Naglieri, 1999; Naglieri & Das, 1990, 2005) v souladu s Lurijovými závěry konstatují, že veškerá intelektová činnost člověka je výsledkem souhry čtyř základních psychických procesů. Tyto čtyři procesy je přitom možné v souladu s původním Lurijovým modelem přibližně lokalizovat do tří mozkových bloků (tzv. funkčních systémů).

Prvním základním kognitivním procesem je *plánování* (P – planning), kterému odpovídá třetí funkční blok lokalizovaný v prefrontální oblasti čelních laloků

(Luria, 1973). Tento psychický proces (a jemu odpovídající mozková struktura) je zodpovědný za dosahování cílů a řešení problémů. Zahrnuje tedy veškeré exekutivní funkce, jak byly popsány výše.

Druhým psychickým procesem v systému PASS je *pozornost* (A – attention), která je spojena s prvním funkčním blokem nacházejícím se v mozkovém kmeni, mezimozku a střední části mozkové kůry (Luria, 1973). Tento proces reguluje kortikální nabuzení (arousal) a slouží k zaměření pozornosti na určitý podnět (a tlumení ostatních nežádoucích stimulů).

Zbývajících dvěma složkami inteligence jsou dle teorie PASS *simultánní* (S – simultaneous) a *sériové* (S – successive) procesy. Těmito dvěma psychickým funkcím odpovídá druhý funkční blok lokalizovaný v týlním a temenním laloku a v zadních částech laloku spánkového (Luria, 1980), který zpracovává a kóduje informace z vnějšího světa. V případě *simultánních procesů* se jedná o zpracovávání paralelně prezentovaných informací, tedy o hledání vztahů mezi stimuly působícími současně. *Sériové procesy* naopak zpracovávají informace postupně, sekvenčně.

Všechny tři funkční bloky jsou strukturně oddělené, ale při jakékoli mentální činnosti spolupracují. Míra zapojení jednotlivých kognitivních procesů se přitom liší dle povahy řešeného úkolu. Tyto čtyři základní psychické procesy, které vycházejí ze svých fyziologických struktur, jsou dále ovlivňovány sociokulturní zkušeností. Naglieri a Das (1990, 2005) v této souvislosti mluví o tzv. *znalostní bázi* (knowledge base), která zahrnuje

dřívější zkušenosti, znalosti, emoce, motivaci apod. Tato znalostní báze ovlivňuje povahu veškeré mentální aktivity a vytváří kontext čtyř základních kognitivních procesů.

Aby bylo možné teorii psychometricky ověřit, byla operacionalizována v testu kognitivních schopností s názvem *Cognitive Assessment System* (CAS; Naglieri & Das, 1997a, 1997b). Na základě výsledků dětí v tomto testu byla dle jeho autorů prokázána existence konstruktů teorie PASS a jejich souvislost s výkonem dětí v různých typech úkolů.

Kritika teorie PASS

Ne všichni však s těmito závěry souhlasí. Hlavní kritika teorie PASS, přesněji řečeno testu CAS, se týká jeho konstruktové validity. Autoři kritických studií (Keith, Kranzler & Flanagan, 2001; Kranzler, Keith & Flanagan, 2000) zpochybňují čtyřfaktorovou strukturu testu a poukazují na to, že test neměří to, co podle svých tvůrců měřit má. Na vlastních datech provedli sérii konfirmatorních faktorových analýz a došli k závěru, že kognitivní funkce plánování a pozornost jsou od sebe neodlišitelné ($R = 0,88$). Kromě

toho na základě svých výsledků poukazují na to, že je mnohem smysluplnější (a především oprávněnější) interpretovat výsledky získané nástrojem CAS z pohledu alternativní (a aktuálně pravděpodobně nejvlivnější) teorie inteligence C-H-C.⁹ Nahlízejíce její perspektivou tvrdí, že jsou všechny schopnosti měřené testem CAS syceny jediným společným faktorem (tzv. g-faktor) a jednotlivé kognitivní procesy teorie PASS jsou jen jiným označením dílčích schopností z C-H-C.

Na tuto kritiku konstruktové validity nástroje CAS zareagovali autoři testu (Puhan, Das & Naglieri, 2005). V první části své studie předkládají výsledky dílčích výzkumů, které dle nich potvrzují, že kognitivní procesy plánování a pozornost jsou sice související, nicméně oddělené konstrukty. Srovnávají např. skupinu dětí s ADHD se standardizačním vzorkem. Obě skupiny se výrazně lišily právě v procesu plánování, zatímco v případě pozornosti jen málo. Ve druhé části článku popisují limity závěrů svých kritiků plynoucích ze série konfirmatorních faktorových analýz. Kromě toho, že poukazují na nepoměr provedených studií na obou stranách sporu a na malý vzorek svých kritiků ($N = 155$), konstatují po reanalýze

⁹ C-H-C teorie kognitivních schopností je integrací Cattellovy-Hornovy Gf-Gc teorie (např. Horn, 1994) a Carrollovy teorie tří vrstev (např. Carroll, 1993). Jedná se o třístupňový hierarchický model, v němž první, nejvyšší vrstvu tvoří faktor obecné inteligence (g-faktor). Druhá vrstva je tvořena skupinou tzv. širokých kognitivních schopností, kam zařazujeme tyto faktory: verbálně-koncepční vědomosti (Gc; jde o intelektové schopnosti, které lze do značné míry rozvíjet v průběhu života na základě učení a minulé zkušenosti), fluidní inteligenci (Gf; jedná se o soubor těch kognitivních schopností, které lze jen minimálně ovlivnit získanou zkušeností a u nichž se předpokládá vrozený základ), dlouhodobou paměť (Glr), vizuálně-prostorové myšlení (Gv), auditivní zpracování (Ga), kvantitativní schopnosti (Gq), rychlost zpracování informací (Gs) a krátkodobou paměť (Gsm). Třetí vrstvu tvoří několik desítek specifických, úzkých kognitivních schopností. Platí přitom, že několik úzkých schopností tvoří dohromady jeden široký faktor (McGrew, 2005).



jejich dat, že čtyřfaktorový model odpovídá datům stejně dobře jako třífaktorový, a není proto důvod ho zavrhnout. Konstruktovou validitu nástroje CAS proto považují za nezpochybněnou.

Teorie PASS v kontextu matematických schopností

Bylo prokázáno (např. Naglieri & Das, 1987; Naglieri & Das, 1997a), že všechny čtyři kognitivní procesy teorie PASS ovlivňují výkon v oblasti matematiky. *Plánování* je nezbytné pro nalezení strategie k řešení matematického problému, k sebereflexi během aplikace této strategie, k vybavení a použití konkrétních matematických znalostí apod. *Simultánní procesy* umožňují integraci rozličných informací získaných z matematického úkolu do celku. *Pozornost* slouží k vyzdvžení relevantních podnětů a naopak potlačení těch rozptylujících. *Sériové procesy* jsou obzvláště potřebné k zapamatování základních matematických faktů a uplatňují se při řešení slovních úloh.

Některé výzkumy (Kroesbergen, Van Luit & Naglieri, 2003) prokázaly souvislost mezi konkrétními problémy v matematice a jednotlivými psychickými procesy. Například žáci, kteří měli problémy s automatizací základních matematických znalostí, dosahovali nižších výkonů v testu CAS ve třech kognitivních funkcích – *plánování*, *pozornosti* a *sériových procesech*. Žáci s problémy při řešení slovních úloh prokazovali zhoršený výkon v *pozornosti* a *sériových procesech* při relativně dobrých výsledcích v *plánování* a *simultánních procesech*.

Míra zapojení jednotlivých psychických funkcí v rozdílných matematických úkolech se také mění v závislosti na věku dítěte. Například ve výzkumu předškolních dětí (Kroesbergen, Van Luit, Naglieri et al., 2010) se ukázalo, že *sériové procesy* nehrají příliš velkou roli v početních úlohách. Zdá se, že dokud není počítání dostatečně zautomatizované, hraje při řešení matematických úloh větší úlohu kognitivní proces *plánování*. Výsledky studií realizovaných v rámci PASS teorie se tedy v podstatných bodech shodují s předpoklady, které vyplývají z výše zmíněné teorie trojího kódu.

Využití teorie PASS v praxi

Existuje řada intervenčních opatření a vzdělávacích doporučení vycházejících z teorie PASS a výsledků výzkumů založených na diagnostickém nástroji CAS (např. Das, 1994; Kirby & Williams, 1991; Naglieri & Pickering, 2003). Blíže popíšeme tzv. *metodu usnadnění plánování* (Planning Facilitation Method), jejíž pozitivní efekt na výkon v matematických úlohách byl výzkumně ověřen (Naglieri & Gottling, 1995, 1997; Naglieri & Johnson, 2000). Odborníci pracující s touto metodou poukazují na to, že kromě učení konkrétním postupům, jak řešit matematické úlohy, je u žáků důležité podporovat i další aspekty kognitivního procesu *plánování*. Ve dvou studiích (Naglieri & Gottling, 1997; Naglieri & Johnson, 2000) absolvovali žáci se specifickými poruchami učení v průběhu dvou měsíců několik třicetiminutových bloků. V každém

z nich prvních a posledních deset minut vyplňovali matematický test, mezi testy se žáci účastnili skupinové diskuse pod vedením třídního učitele, během které jim pokládal otázky vztahující se k první verzi testu typu: „Proč jste to udělali tímto způsobem?“, „Jak jste řešili tyto problémy?“ apod. Učitel se však vždy zdržel výroků jako: „To je správné.“ nebo „Zapamatuj si tuto strategii a příště ji použij.“. Využil jen obecné otázky, aby inicioval diskusi mezi žáky a přiměl je k zamyšlení nad tím, jak efektivněji přistupovat k matematickým úkolům. Z diskusí pak žáci vyvozovali závěry typu: „Nejdříve se pustím do těch lehčích úkolů.“, „Nesmím zapomenout ta čísla po vynásobení sečíst.“, „Musím se soustředit.“ apod. Ukázalo se, že žáci dosahovali výrazně lepších výsledků v testech, před nimiž probíhala takto zaměřená diskuse. Největšího zlepšení přitom dosahovali ti žáci, kteří získali nejnížší skóre v procesu *plánování* měřeném testem CAS. Diskuse zaměřená na posílení kognitivního procesu *plánování* tak byla neefektivnější u těch žáků, kteří ji potřebovali nejvíce.

Uvedená výzkumná zjištění, jejichž velkou předností je snadná přenositelnost do pedagogické praxe, dokazují, že výkon žáka v matematickém testu neovlivňuje jen znalost konkrétního postupu vedoucího k řešení daného úkolu, ale také určité metastrategie nejrůznějšího druhu. Mezi tyto neznalostní faktory podílející se na výsledku v testu, které je možné v kontextu teorie PASS zařadit pod kognitivní proces plánování, může patřit např. schopnost pracovat s únavou či nesoustředěností, volba nevhodnějšího pořadí řeše-

ní úloh či průběžné ověřování správnosti zvoleného postupu řešení. Jsme přesvědčeni, že rozvíjení těchto strategií u žáků by se mělo stát vedle učení obvyklým matematickým dovednostem a znalostem standardní součástí vyučování.

GARDNEROVA TEORIE MNOHOČETNÝCH INTELIGENCÍ

Howard Gardner (1983, 1987, 1993, 2003, česky např. 1999a) představil v osmdesátých letech minulého století teorii inteligence, která se významně vyčleňovala z tehdejšího proudu výzkumů v dané oblasti. Teorie mnohočetných inteligencí (multiple intelligences, v češtině někdy též jako „teorie rozmanitých inteligencí“) se zabývá různými způsoby zpracování informací, na jejichž základě pak identifikuje nejméně sedm odlišných typů inteligence. Tím se vymezila proti „klasickému“ pojetí inteligence, založené na g-faktoru, a z něj odvozeným hierarchickým teoriím inteligence. Gardner podle svých slov založil svůj přístup na syntéze poznatků z více oblastí a své praktické zkušenosti, přičemž značnou část teoretické základny tvoří právě neuropsychologie a neurokognitivní výzkum (Gardner, 1999a, 1999b; Gardner & Moran, 2006). Díky tomu se mnohočetné inteligence odlišují též od tzv. kontextuálních modelů inteligence (Davidson & Downing, 2000), ačkoli i ony se kulturním kontextem při rozvoji myšlení zabývají (Gardner, 1999a). Gardner (1999a) pak jako významný teoretický zdroj, zejména v případě matematicko-logické inteligence, uvádí výzkumy Jeana Piageta.



Teorie mnohočetných inteligencí se stala velmi oblíbenou a často využívanou v pedagogice. Sám Gardner popisuje svůj koncept jako velmi vhodný nejen pro rozvíjení nadání a talentu, ale upozorňuje i na jeho celkové implikace do pedagogické oblasti (Gardner, 1999b; Gardner & Hatch, 1989). Zvláště u laické a nepsychologické veřejnosti došlo v posledních letech k rapidnímu růstu počtu publikací, které se mnohočetných inteligencí týkají (Waterhouse, 2006a), a to navzdory vzrůstající kritice z řad psychologů a neurobiologů (např. Alix, 2000; Klein, 2012; Visser, Ashton & Vernon, 2006a; Waterhouse, 2006a, 2006b). Tato situace se týká i České republiky: Gardner bývá citován v rámcových vzdělávacích programech různých škol a jeho teorie je součástí i oficiální příručky Výzkumného ústavu pedagogického pro vytváření individuálních vzdělávacích plánů mimořádně nadaných žáků (VÚP, 2009).

Podle Vissera a kol. (2006a) mnohočetné inteligence odpovídají intuitivnímu pocitu učitelů, že se děti učí odlišnými způsoby, což stojí za jejich vřelým přijetím. Doslova říkají, že „... Gardnerovy premisy vypadají více rovnostářsky než pojetí založené na g-faktoru. [...] děti, které se hlávají například v matematice nebo čtení, mají stejnou šanci jako kdokoli jiný být úspěšné v hudební či výtvarné výchově, tělocviku, nebo dokonce zeměpisu: kdokoli může být chytrý jiným způsobem.“ (s. 488). Podle nás je pak další příčinou oblíbenosti také v současnosti populární odmítnutí konceptu měření inteligence, což úzce rezonuje se zdiskreditovanou

pověstí zkratky „IQ“. Podle Gardnera (1999a, s. 391) lze získat dostatečně přesný obrázek o intelektuálním profilu dítěte za měsíc během běžné výuky nebo po pěti až deseti hodinách cíleného pozorování. Výsledek má být mnohem přínosnější pro praxi než skóre půl hodiny trvajícího běžného inteligenčního testu.

Definiční kritéria a druhy mnohočetných inteligencí

Podle Gardnera (1999a, s. 90) musí inteligence v první řadě „... umožňovat vyřešení skutečných problémů a těžkostí, se kterými se [člověk] setkává, [...] avšak musí také obsahovat potenciál pro nalézání nebo vytváření problémů, čímž položí základ pro získávání nových vědomostí“. Proto není možné za inteligenci považovat velmi úzce zaměřené konstrukty – uvedené podmínky mají zajistit, aby „... byla inteligence alespoň v určitém kulturním prostředí opravdu užitečná a důležitá“ (Gardner, 1999a, s. 90). Po splnění těchto předběžných nároků Gardner (1983, 1999a) formuluje osm hlavních kritérií či znaků inteligence, mezi které patří například potenciální izolace při poškození mozku nebo existence tzv. zázračných dětí a idiots savants (obě podmínky umožňují sledování extrémního zlepšení, nebo naopak zhoršení konkrétní schopnosti, nezávisle na celkové kognitivní úrovni). Dalšími podmínkami jsou existence základního souboru operací tvořících danou inteligenci, typický průběh a evoluční historie jejího vývoje, experimentálně-psychologické ověření a možnost kodifikace

v rámci symbolického systému. Poslední podmínkou je podpora ze strany psychometrického zkoumání – Gardner (1999a, s. 95) však uvádí, že důraz na metodu tužka–papír nedovoluje testovat schopnosti založené na aktivním ovlivňování okolí či spolupráci s jinými lidmi.¹⁰

Na základě těchto kritérií pak Gardner (1989, 1999a) vyčlenil nejméně sedm odlišných inteligencí. Jsou to:

- *Logicko-matematická inteligence*, tedy senzitivita a schopnost rozeznat logické či číselné vzorce a tvořit dlouhé řetězce logických úsudků.
- *Prostorová inteligence*, díky které člověk správně vnímá vizuálně–prostorové objekty a je schopný jimi v představách manipulovat.
- *Lingvistická inteligence*, tedy citlivost k zvuku, rytmu a smyslu slov, nebo k odlišným funkcím jazyka.
- *Hudební inteligence*, tedy schopnost produkovat a cítit rytmus, výšku a barvu zvuků, či cenit si formy hudebního vyjádření.
- *Tělesně–kinestetická inteligence* umožňuje kontrolovat pohyby svého těla a zručně manipulovat s různými objekty.
- *Intrapersonální inteligence* umožňuje uvědomovat si vlastní pocity a schopnosti, rozlišovat mezi nimi a řídit podle nich své chování.
- *Interpersonální inteligence* je naopak schopnost rozeznávat a adekvátně reagovat na náklady a temperament osob ve svém okolí.

K nim pak Gardner (1998, 1999b) přidal ještě přírodovědnou („natural“) inteligenci, nutnou k poznávání a klasifikování objektů, a zvažuje zařazení dalších kandidátů – například „existenciální“ či spirituální inteligenci (1999b, 2000).

Mnohočetné inteligence a matematické schopnosti

Ačkoli existují studie dokládající vztah třeba i hudebního tréninku (tedy „hudební inteligence“) a rozvoje matematických schopností či prostorové představivosti (Graziano, Peterson & Shaw, 1999), hlavním zdrojem matematických schopností je samozřejmě logicko-matematická inteligence. Úzce s nimi však souvisí i inteligence prostorová (nejen kvůli zařazení geometrie do matematického kurikula, ale i kvůli její nezbytnosti pro chápání složitějších vztahů, například z oblastí funkcí) a částečně i inteligence lingvistická nutná pro pochopení a interpretaci příkladů zadávaných slovně (Gardner, 1999a).

Tři studie, které zkoumaly vztah jednotlivých inteligencí různými metodami, prokázaly vzájemné korelace lingvistické a logicko-matematické inteligence, vztah prostorové a logicko-matematické je však nejasný. Bowles (2008) a kolektiv Visser, Ashton a Vernon (2006a) udávají slabé až středně silné pozitivní korelace, naopak McMahon, Rose a Parks (2004) prezentují korelace záporné ($R = -0,20$,

¹⁰ S tímto tvrzením zásadně nesouhlasíme. Psychologické testování nemusí probíhat pouze metodou tužka–papír, a testy inteligence jsou toho častým příkladem. Kromě toho pak existují postupy měření řady jiných podobných „sociálních“ charakteristik. Tato úvaha však nemá vliv na měření matematických schopností, které bez sporu kvantifikovatelné jsou.



$p < 0,01$). Je však potřeba uvést, že Bowles (2008) i McMahon a kol. (2004) používali sebesposuzovací dotazníky, které jsou pro Gardnerovo pojetí typické. Právě sebesposouzení schopností či dovedností se však může od reálného výkonu výrazně lišit. Přesnost odhadu může být ovlivněná jak vlastní úrovní proměnné, tak i osobnostními charakteristikami, které jsou na proměnné nezávislé (Falchikov & Boud, 1989; MacCann, Matthews, Zeidner, & Roberts, 2003). Rozdílné výsledky jsou zřejmě způsobeny také nejasnou definicí jednotlivých inteligencí, která vede k jejich rozdílné operacionalizaci v různých testech, a tedy i k nemožnosti jejich řádného ověření (Allix, 2000; Waterhouse, 2006b) – Visser, Ashton a Vernon (2006b) pak dokonce postrádají existenci testovatelných a falzifikovatelných hypotéz založených na konceptu mnohočetných inteligencí, které budou „intelligence-fair“ – tedy nebudou zahrnovat osobností, emocionální či senzoricke proměnné. Gardner sám přitom možnost jednoznačných definicí spíše odmítá (Gardner, 1999b).

Určité potíže také tvoří sloučení „matematických operací“ a „matematického usuzování“ do jedné inteligence (Gardner, 1999a), což se zdá být v rozporu jak s výše zmíněnou teorií trojího kódu Dehaeneho a Cohena (1997), tak i teorií PASS (Naglieri & Das, 1987). Nezávislost rychlosti a přesnosti aritmetických operací na kvalitě jejich využití je patrná i přímo v testu mnohočetných inteligencí Vissera a kol. (2006a), kde subtest odčítání a násobení souvisel s ostatními subtesty volněji než

subtest zaměřený na matematické usuzování, a byl také výrazně méně sycen g-faktorem (faktorový náboj 0,24 vs. 0,70). Tomu odpovídají i výsledky výzkumu Fuchse, Fuchse a Comptona (2006), ve kterém schopnost provádět jednoduché početní operace (sčítání nízkých čísel aj.) souvisela s dovedností řešit slovní úlohy zhruba stejně silně jako jazykové schopnosti. Dovednost ve složitějších aritmetických operacích (víceciferné součty apod.) s úspěchem v řešení slovních úloh nesouvisela dokonce vůbec. Obdobně i Mann (2006) zdůrazňuje důležitost pochopení matematických vztahů. Tvrdí, že matematické nadání má být chápáno jako kvalita usuzování a kreativita, nikoli přesnost a rychlost sčítání či násobení – přesto je podle něj právě na tyto operace kladen důraz při běžné výuce zejména v nižších ročnících. Tyto poznatky jsou důležité též pro pedagogickou praxi – podle našeho názoru je výhodnější klást důraz spíše než na náročnější výpočty zpaměti na schopnost kvalitního matematického usuzování.

Neuropsychologie matematických schopností v teorii mnohočetných inteligencí

Gardner je zastáncem topologického pojetí mozkových funkcí. Podle něj (1999a) panuje v lokalizaci struktur zodpovědných za matematické operace křehká shoda a ve shodě s kolektivem Grafman, Passafiume, Faglioni a Boller (1982) je umísťuje do levého temenního laloku a přilehlé asociační oblasti laloku spánkového a týlního. Toto vymezení se

tedy v podstatných bodech shoduje s lokalizacemi, se kterými pracují ostatní výše uvedené neuropsychologické přístupy. Důležitou výjimkou je nicméně otázka lateralizace matematických funkcí ve vztahu k temennímu laloku. Jak jsme viděli výše, je v tomto směru předpokládána i bilaterální lokalizace, v případě GBG hypotézy pak v některých specifických případech i jednoznačná pravohemisférová dominance. Gardner (1999a) však současně upozorňuje, že matematicko-logické schopnosti nejsou přesně lokalizovatelné a na rozdíl od jiných inteligencí jsou méně závislé na poškození jednoho mozkového centra, ale jsou naopak náchylnější na rozptýlená onemocnění a všeobecné poruchy nervového systému, například demence.

Na nesrovnalosti Gardnerových neurobiologických závěrů nicméně upozorňuje například Waterhouseová (2006a, 2006b). Podle ní neplatí tvrzení Gardnera (1999b) a Gardnera a Moranové (2006), že existují kognitivní struktury „fungující“ jako jednotlivé inteligence, ale naopak existuje zřejmě větší množství dílčích, kooperujících funkcí. Allix (2000) pak předkládá přístupy, které neurokognitivní pozadí specifických dovedností vysvětlují lépe než teorie mnohočetných inteligencí.

Užitečnost mnohočetných inteligencí pro pedagogickou praxi z hlediska matematických schopností

Gardnerovo pojetí mnohočetných inteligencí má bezesporu určité výhody. Myšlenka, že jednotlivé inteligence jsou

„výpočetní kapacitou – schopností zpracovat určité druhy informací v procesu řešení problému či výrobě produktů“ (Gardner, 2006), snadno odpovídá současnému pojetí nadání například dle Renzulliho modelu (2005). Také tvrzení, že každý je „chytrý na něco“, je příjemně intuitivní a rezonuje s potřebami pedagogické praxe lépe než striktní trvání na jednodimenziálním IQ.

Na druhou stranu by byl velmi zjednodušující závěr, že díky své intuitivnosti je teorie mnohočetných inteligencí užitečná. V prvé řadě nepovažujeme na základě výše uvedených nedostatků za přínosné zahrnutí specifických dovedností (hudebních, výtvarných či pohybových) do konceptu inteligence (to však nijak nesnižuje možnosti jejich využití v pedagogické praxi). Za druhé se ukazuje, že ani inteligence zahrnuté do „matematických schopností“ nejsou oddělenými koncepty. Nejenže mají jednotlivé subtesty vysoké interkorelace, ale také jejich reziduální korelace jsou po extrahování g-faktoru nižší než korelace přímo s g-faktorem (Visser, Ashton, & Vernon, 2006a). Jinými slovy: test cíleně konstruovaný pro měření matematicko-logické, prostorové a jazykové inteligence podle Gardnera měří do větší míry celkové intelektové schopnosti (g-faktor) než specifické charakteristiky uvedených inteligencí (to se podle Vissera a kol. týká i všech dalších inteligencí kromě inteligence tělesně-kinestetické a hudební). Gardnerovo rozdělení intelektu se tak nezdá být zcela oprávněné.

Jak jsme také uvedli, Gardner ve velké míře vychází z Piagetova pojetí kognitiv-



ního vývoje. Podle Gardnera (1999a) se piagetovské principy objevují při vývoji všech inteligencí, zejména však v případě matematicko-logické inteligence. V tomto kontextu pak nevidíme důvod, proč se při studiu matematických schopností a nadání odchylovat od Piagetova pojetí (např. 1999, 2007), zaměřujeme-li se na konstrukty jako interiorizace intelektu či přechod od konkrétních k symbolickým operacím. Podle nás je zbytečné zavádět do stávajícího systému další (Gardnerovu) teorii, která naše uvažování o matematických schopnostech (a intelektu celkově) neobohatí.

Gardnerovi přesto nelze upřít jednu věc. Upozornil na to, že pro posouzení schopností dítěte nestačí „změřit“ jen obecný intelekt. V pedagogické praxi je potřeba se zaměřovat i na specifické schopnosti a deficity, zvažovat individuální potřeby každého dítěte zvlášť a vzít v úvahu i neintelektové charakteristiky (motivaci, emocionální či povahové vlastnosti apod.). Ani z tohoto důvodu však nemusíme využívat empiricky neověřené (či neověřitelné) Gardnerovy mnohočetné inteligence, ale spíše využít například Renzulliho (2005) tříkruhový koncept nadání. Ostatně posouzení specifických dovedností vedle obecného intelektu je již běžnou součástí pedagogicko-psychologického vyšetření.

ZÁVĚR

V předchozích kapitolách jsme shrnuli stávající poznatky o neuropsychologických základech matematických

schopností, jejich modularitě i lokalizaci, a následně představili tři hlavní teorie, které tyto dílčí poznatky shrnují. Jsou jimi na jedné straně teorie trojího kódu (Dehaene & Cohen, 1997), zaměřená spíše do oblasti deficitu, a na straně druhé Geschwindova-Galaburdova hypotéza (1987), popisující naopak oblast nadání. Významná je též třetí, parieto-frontální integrační teorie (Haier & Jung, 2007), aspirující na komplexní popis neuronálního mechanismu nejen matematických, ale i jiných kognitivních schopností.

Matematické schopnosti nicméně popisuje též řada kognitivních přístupů, z nichž však některé – např. klasická, faktorově vystavěná C-H-C teorie (McGrew, 2005) či triarchická Sternbergova (1985) teorie – ovšem pojmají tyto schopnosti čistě psychologicky, případně psychometricky, a tedy bez dostatečného důrazu na jejich neurobiologický základ. Vybrali jsme proto dva přístupy, které nejenže jsou vhodné pro deskripci matematických dovedností, ale mají podle svých autorů silné zakotvení v anatomii mozku. Teorie PASS (Naglieri & Das, 1987) má široké možnosti aplikace a využití v pedagogické praxi – příkladem je třeba výše zmíněná metoda usnadnění plánování, jejíž vliv na reedukaci dyskalkulie byl empiricky potvrzen (Naglieri & Gottling, 1995). Druhým, v pedagogice rozšířenějším přístupem je Gardnerova (1983) teorie mnohočetných inteligencí. Přestože se intuitivně zdá být velmi vhodná pro potřeby školní praxe, upozorňujeme na její nedostatečnou empirickou oporu a značné teoretické nesrovnalosti. Její reálný přínos



pro vzdělávací potřeby proto považujeme za zanedbatelný.

Věříme, že hlubší pochopení neuro-psychologických základů matematických schopností a konkrétních způsobů, jakým se na kognitivních procesech podílejí, může sloužit k efektivnější práci učitelů

i speciálních pedagogů s dětmi s mimořádným nadáním i specifickými poruchami učení. Vážnější zájemce o poznání této oblasti nicméně odkazujeme na zdrojovou literaturu uvedenou v této studii – podrobnější a úplný přehled by vydal na samostatnou knihu.

LITERATURA

- Allix, N. M. (2000). The theory of multiple intelligences: A case of missing cognitive matter. *Australian Journal of Education*, 44(3), 272–288.
- American Psychiatric Association (2013). *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders* (5th ed.). Washington, D.C.: American Psychiatric Publishing.
- Anderson, J. R., Betss, S., Ferris, J. L., & Fincham, J. M. (2011). Cognitive and metacognitive activity in mathematical problem solving: prefrontal and parietal patterns. *Cognitive, Affective, & Behavioral Neuroscience*, 11, 52–67.
- Ardila, A., & Rosselli, M. (2002). Acalculia and dyscalculia. *Neuropsychology Review*, 12(4), 179–231.
- Benbow, C. P. (1988). Neuropsychological perspectives on mathematical talent. In L. K. Obler & D. Fein (Eds.), *The Exceptional Brain* (48–69). New York: The Guilford Press.
- Biederman, J., Milberger, S., Faraone, S. V., Lapey, K. A., Reed, E. D., & Seidman, L. J. (1995). No confirmation of Geschwind's hypothesis of associations between reading disability, immune disorders, and motor preference in ADHD. *Journal of Abnormal Child Psychology*, 23(5), 545–552.
- Bowles, T. (2008). Self-rated estimates of multiple intelligences based on approaches to learning. *Australian Journal of Educational & Developmental Psychology*, 8, 15–26.
- Carroll, J. B. (1993). *Human cognitive abilities: A survey of factor-analytic studies*. New York: Cambridge University Press.
- Clark, M. M., Robertson, R. K., & Galef, B. G. (1996). Effects of perinatal testosterone on handedness of gerbils: Support for part of the Geschwind-Galaburda hypothesis. *Behavioral Neuroscience*, 110(2), 413–417.
- Das, J. P. (1972). Patterns of cognitive ability in nonretarded and retarded children. *American Journal of Mental Deficiency*, 77, 6–12.
- Das, J. P. (1994). Neurocognitive approach to remediation: The PREP model. *Canadian Journal of School Psychology*, 9(2), 157–173.
- Das, J. P., Kirby, J. R., & Jarman R. F. (1975). Simultaneous and successive syntheses: An alternative model for cognitive abilities. *Psychological Bulletin*, 82, 87–103.
- Das, J. P., Kirby, J. R., & Jarman, R. F. (1979). *Simultaneous and successive cognitive processes*. New York: Academic Press.



- Davidson, J. E., & Downing, C. L. (2000). Contemporary models of intelligence. In R. J. Sternberh (Ed.), *Handbook of Intelligence* (34–49). Cambridge: Cambridge University Press.
- Dehaene, S., Tzourio, N., Frak, V., Raynaud, L., Cohen, L., Mehler, J., & Mazoyer, B. (1996). Cerebral activations during number multiplication and comparison: A PET study. *Neuropsychologia*, 34(11), 1097–1106.
- Dehaene, S., & Cohen, L. (1997). Cerebral pathways for calculation double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic. *Cortex*, 33, 219–250.
- Delazer, M., Domahs, F., Bartha, L., Brenneis, C., Lochy, A., Trieb, T., & Benke, T. (2003). Learning complex arithmetics – an fMRI study. *Cognitive Brain Research*, 18, 76–88.
- Deloche, G., & Willmes, K. (2000). Cognitive neuropsychological models of adult calculation and number processing: the role of the surface format of number. *European Child and Adolescent Psychiatry*, 9, II/27–II/40.
- Falchikov, N., & Boud, D. (1989). Student self-assessment in higher education: A meta-analysis. *Review of Educational Research*, 59(4), 395–430.
- Feifer, S. G., & De Fina, P. A. (2005). *The neuropsychology of mathematics: diagnosis and intervention*. Middletown: School Neuropsych Press.
- Flanery, K. A., & Liederman, J. (1995). Is there really a syndrome involving the co-occurrence of neurodevelopmental disorder, talent, non-right handedness and immune disorder among children? *Cortex: A Journal Devoted to the Study of the Nervous System and Behavior*, 31, 503–515.
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Compton, D. L., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Capizzi, A. M., & Fletcher, J. M. (2006). The cognitive correlates of third-grade skill in arithmetic, algorithmic computation, and arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 98(1), 29–43.
- Gardner, H. (1983). *Frames of mind: The theory of multiple intelligences*. New York: Basic Books.
- Gardner, H. (1987). The theory of multiple intelligences. *Annals of Dyslexia*, 37(1), 19–35.
- Gardner, H. (1993). *Multiple intelligences: The theory in practice*. New York: Basic Books.
- Gardner, H. (1998). A multiplicity of intelligences. *Scientific American*, 9(4), 18–23.
- Gardner, H. (1999a). *Dimenze myšlení: Teorie rozmanitých inteligencí*. Praha: Portál.
- Gardner, H. (1999b). *Intelligence reframed: Multiple intelligences for the 21st century*. New York: Basic Books.
- Gardner, H. (2000). A case against spiritual intelligence. *International Journal for the Psychology of Religion*, 10(1), 27–34.
- Gardner, H. (2003). *Multiple intelligences after twenty years*. Retrieved from <http://www.kvcc-docs.com/FYE125/lesson-resources/Gardiner-MI-Article.pdf>
- Gardner, H. (2006). On failing to grasp the core of MI theory: A response to Visser et al. *Intelligence*, 34(5), 503–505.
- Gardner, H., & Hatch, T. (1989). Educational implications of the theory of multiple intelligences. *Educational Researcher*, 18(8), 4–10.



- Gardner, H., & Moran, S. (2006). The science of multiple intelligences theory: A response to Lynn Waterhouse. *Educational Psychologist*, 41(4), 227–232.
- Geschwind, N., & Galaburda, A. M. (1987). *Cerebral lateralization: Biological mechanisms, associations, and pathology*. Cambridge: MIT Press.
- Götestam, K., & Olof, U. (1990). Lefthandedness among students of architecture and music. *Perceptual and Motor Skills*, 70, 1323–1327.
- Grafman, J., Passafiume, D., Faglioni, P., & Boller, F. (1982). Calculation disturbances in adults with focal hemispheric damage. *Cortex*, 18(1), 37–49.
- Graziano, A. B., Peterson, M., & Shaw, G. L. (1999). Enhanced learning of proportional math through music training and spatial-temporal training. *Neurological Research*, 21(2), 139–152.
- Haier, R. J., & Benbow, C. P. (1995). Sex differences and lateralization in temporal lobe glucose metabolism during mathematical reasoning. *Developmental Neuropsychology*, 11(4), 405–414.
- Haier, R. J., & Jung, R. E. (2007). The parieto-frontal integration theory (P-FIT) of intelligence: Converging neuroimaging evidence. *Behavioral and Brain Sciences*, 30, 135–187.
- Haier, R. J., & Jung, R. E. (2008). Brain imaging studies of intelligence and creativity: What is the picture for education? *Roeper Review*, 30, 171–180.
- Handy, T. C., Hopfinger, J. B., & Mangun, G. R. (2006). Functional neuroimaging of attention. In R. Cabeza & A. Kingstone (Eds.), *Handbook of Functional Neuroimaging of Cognition* (75–108), Cambridge: The MIT Press.
- Horn, J. L. (1994). Theory of fluid and crystallized intelligence. In R. J. Sternberg (Ed.), *Encyclopedia of Human Intelligence* (443–451). New York: Macmillan.
- Iharaa, A., & Kakigi, R. (2006). Oscillatory activity in the occipitotemporal area related to the visual perception of letters of a first/second language and pseudoletters. *NeuroImage*, 29, 789–796.
- Ischebeck, A., Zamarian, L., Siedentopf, C., Koppelstätter, F., Benke, T., Felber, S., & Delazer, M. (2006). How specifically do we learn? Imaging the learning of multiplication and subtraction. *NeuroImage*, 30, 1365–1375.
- Kalmady, S. V., Agarwal, S. M., Shivakumar, V., Jose, D., Venkatasubramanian, G., & Reddy, Y. C. J. (2013). Revisiting Geschwind's hypothesis on brain lateralisation: A functional MRI study of digit ratio (2D:4D) and sex interaction effects on spatial working memory. *Laterality*, 18(5), 625–640.
- Keith, T. Z., Kranzler, J. H., & Flanagan, D. P. (2001). What does the Cognitive Assessment System (CAS) measure? Joint confirmatory factor analysis of the CAS and the Woodcock-Johnson Tests of Cognitive Ability. *School Psychology Review*, 30(1), 89–119.
- Kirby, J. R., & Williams, N. H. (1991). *Learning problems: A cognitive approach*. Toronto, Ontario: Kagan and Woo.
- Klein, P. D. (2012). Multiplying the problems of intelligence by eight: A critique of Gardner's theory. *Canadian Journal of Education*, 22(4), 377–394.



- Kolb, B., & Wishaw, I. Q. (1996). *Fundamentals of Human Neuropsychology*. New York: W. H. Freeman and Company.
- Košč, L. (1972). *Psychológia matematických schopností*. Bratislava: SPN.
- Kranzler, J. H., Keith, T. Z., & Flanagan, D. P. (2000). Independent examination of the factor structure of the Cognitive Assessment System (CAS): Further evidence challenging the construct validity of the CAS. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 18(2), 143–159.
- Kroesbergen, E. H., Van Luit, J. E., & Naglieri, J. A. (2003). Mathematical learning difficulties and PASS cognitive processes. *Journal of Learning Disabilities*, 36(6), 574–582.
- Kroesbergen, E. H., Van Luit, J. E., Naglieri, J. A., Taddei, S., & Franchi, E. (2010). PASS processes and early mathematics skills in Dutch and Italian kindergarteners. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 28(6), 585–593.
- Krommydas, G., Gourgoulialis, K. I., Andreou, G., & Molyvdas, P.-A. (2003). Left-handedness in asthmatic children. *Pediatric Allergy and Immunology*, 14, 234–237.
- Kulišťák, P. (2003). *Neuropsychologie*. Praha: Portál.
- Lezak, M. D. (1995). *Neuropsychological assessment*. New York: Oxford University Press.
- Lipton, J. S., & Spelka, E. S. (2003). Origins of number sense: Large-Number Discrimination in Human Infants. *Psychological Science*, 14(5), 396–401.
- Lubinski, D., Benbow, C. P. (2006). Study of mathematically precocious youth after 35 years: Uncovering antecedents for the development of math-science expertise. *Perspectives on Psychological Science*, 1(4), 316–346.
- Luria, A. R. (1973). *The working brain*. New York: Basic Books.
- Luria, A. R. (1980). *Higher cortical functions in man* (2nd ed.). New York: Basic Books.
- Lurija, A. R. (1982). *Základy neuropsychologie*. Bratislava: SPN.
- MacCann, C., Matthews, G., Zeidner, M., & Roberts, R. D. (2003). Psychological assessment of emotional intelligence: a review of self-report and performance-based testing. *International Journal of Organizational Analysis*, 11(3), 247–274.
- Mann, E. L. (2006). Creativity: the essence of mathematics. *Journal for the Education of the Gifted*, 30(2), 236–260.
- McCloskey, M. (1992). Cognitive mechanisms in numerical processing: evidence from acquired dyscalculia. *Cognition*, 44, 107–157.
- McGrew, K. (2005). The Cattell–Horn–Carroll theory of cognitive abilities: past, present and future. In D. P. Flanagan & P. L. Harrison (Eds.), *Contemporary Intellectual Assessment* (136–182). New York: The Guilford Press.
- McMahon, S. D., Rose, D. S., & Parks, M. (2004). Multiple intelligences and reading achievement: An examination of the teale inventory of multiple intelligences. *The Journal of Experimental Education*, 73(1), 41–52.
- Manus, I. C., & Bryden, M. P. (1991). Geschwind's theory of cerebral lateralization: developing a formal, causal model. *Psychological Bulletin*, 110(2), 237–253.
- Naglieri, J. A. (1999). *Essentials of CAS assessment*. New York: Wiley.



- Naglieri, J. A., & Das, J. P. (1987). Construct and criterion-related validity of planning, simultaneous, and successive cognitive processing tasks. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 5, 353–363.
- Naglieri, J. A., & Das, J. P. (1990). Planning, attention, simultaneous, and successive (PASS) cognitive processes as a model for intelligence. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 8(3), 303–337.
- Naglieri, J. A., & Das, J. P. (1997a). *Cognitive Assessment System*. Itasca, IL: Riverside.
- Naglieri, J. A., & Das, J. P. (1997b). *Cognitive Assessment System: Interpretive handbook*. Itasca, IL: Riverside.
- Naglieri, J. A., & Das, J. P. (2005). Planning, attention, simultaneous, successive (PASS) theory: A revision of the concept of Intelligence. In D. P. Flanagan & P. L. Harrison (Eds.), *Contemporary intellectual assessment: Theories, tests, and issues* (2nd ed.) (120–135). New York: Guilford Press.
- Naglieri, J. A., & Gottling, S. H. (1995). A cognitive education approach to math instruction for the learning disabled: An individual study. *Psychological Reports*, 76, 1343–1354.
- Naglieri, J. A., & Gottling, S. H. (1997). Mathematics instruction and PASS cognitive processes: An intervention study. *Journal of Learning Disabilities*, 30, 513–520.
- Naglieri, J. A., & Johnson, D. (2000). Effectiveness of a cognitive strategy intervention to improve math calculation based on the PASS theory. *Journal of Learning Disabilities*, 33, 591–597.
- Naglieri, J. A., & Pickering, E. (2003). *Helping children learn: Instructional handouts for use in school and at home*. Baltimore: Brookes.
- Novoa, L., Fein, D., & Obler, L. K. (1988). Talent in foreign languages. A case study. In L. K. Obler & D. Fein (Eds.), *The exceptional brain* (48–69). New York: The Guilford Press.
- Piaget, J. (1999). *Psychologie inteligence*. Praha: Portál.
- Piaget, J., & Inhelderová, B. (2007). *Psychologie dítěte*. Praha: Portál.
- Psychiatrické centrum Praha (1992). *Mezinárodní klasifikace nemocí, 10. revize. Duševní poruchy a poruchy chování*. Praha: Psychiatrické centrum Praha.
- Puhan, G., Das, J. P., & Naglieri, J. A. (2005). Separating planning and attention evidential and consequential validity. *Canadian Journal of School Psychology*, 20(1–2), 75–83.
- Purves, D., Augustine, G. J., Fitzpatrick, D., Hall, W.C., Lamantia, A.-S., McNamara, J. O., & Williams, S. M. (2004). *Neuroscience*. Sunderland: Sinauer Associates.
- Reis, S. M., & Renzulli, J. S. (2009). Myth 1: the gifted and talented constitute one single homogeneous group and giftedness is a way of being that stays in the person over time and experiences. *Gifted Child Quarterly*, 53(4), 233–235.
- Renzulli, J. S. (2005). The three-ring conception of giftedness: a developmental model for promoting creative productivity. In R. J. Sternberg & J. E. Davidson (Eds.), *Conceptions of giftedness* (246–279). Cambridge: Cambridge University Press.
- Schmithorst, V. J., & Holland, S. K. (2006). Functional MRI evidence for disparate developmental processes underlying intelligence in boys and girls. *NeuroImage*, 31(3), 1366–1379.



- Schmithorst, V. J., Holland, S. K., & Dardzinski, B. J. (2008). Developmental differences in white matter architecture between boys and girls. *Human Brain Mapping*, 29(6), 696–710.
- Schneiderman, E. I., & Desmarais, C. (1988). A neuropsychological substrate for talent in second-language acquisition. In L. K. Obler & D. Fein (Eds.), *The exceptional brain* (48–69). New York: The Guilford Press.
- Shalev, R. S., Auerbach, J., Manor, O., & Gross-Tsur, V. (2000). Developmental dyscalculia: prevalence and prognosis. *European Child & Adolescent Psychiatry*, 9, II/58–II/59.
- Stanescu-Cosson, R., Pinet, P., Van De Moortele, P. F., Le Bihan, D., Cohen, L., & Dehaene, S. (2000). Understanding dissociations in dyscalculia: A brain imaging study of the impact of number size on the cerebral networks for exact and approximate calculation. *Brain*, 123, 2240–2255.
- Sternberg, R. J. (1985). *Beyond IQ: A triarchic theory of intelligence*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Strauss, E. (2006). *A compendium of neuropsychological tests: administration, norms, and commentary*. New York: Oxford University Press.
- Temple, C. M. (1989). Digit dyslexia: A category-specific disorder in developmental dyscalculia. *Cognitive Neuropsychology*, 6, 93–116.
- Visser, B. A., Ashton, M. C., & Vernon, P. A. (2006a). Beyond g: Putting multiple intelligences theory to the test. *Intelligence*, 34(5), 487–502.
- Visser, B. A., Ashton, M. C., & Vernon, P. A. (2006b). g and the measurement of multiple intelligences: A response to Gardner. *Intelligence*, 34(5), 507–510.
- Von Aster, M. (2000). Developmental cognitive neuropsychology of number processing and calculation: varieties of developmental dyscalculia. *European Child & Adolescent Psychiatry*, 9, II/41–II/57.
- VÚP (2009). *Krok za krokem s nadaným žákem. Tvoříme individuální vzdělávací plán mimořádně nadaného žáka*. Praha: Výzkumný ústav pedagogický. Dostupné z http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2010/02/Tvorime-IVP_CELY-v2-web.pdf
- Waterhouse, L. (2006a). Inadequate evidence for multiple intelligences, Mozart effect, and emotional intelligence theories. *Educational Psychologist*, 41(4), 247–255.
- Waterhouse, L. (2006b). Multiple intelligences, the Mozart effect, and emotional intelligence: A critical review. *Educational Psychologist*, 41(4), 207–225.
- Yurgelun-Todd, D. A., Killgore, W. D. S., & Young, A. D. (2002). Sex differences in cerebral tissue volume and cognitive performance during adolescence. *Psychological Reports*, 91(3), 743–757.
- Zamarian, L., Ischebeck, A., & Delazer, M. (2009). Neuroscience of learning arithmetic – evidence from brain imaging studies. *Neuroscience and Biobehavioral Reviews*, 33, 909–925.



*Mgr. Ondřej Straka,
Masarykova univerzita, Fakulta sociálních studií, Katedra psychologie,
Joštova 10, 602 00 Brno; e-mail: 420077@mail.muni.cz*

*Mgr. Hynek Cígler,
Masarykova univerzita, Fakulta sociálních studií, Katedra psychologie,
Joštova 10, 602 00 Brno; e-mail: hynek.cigler@mail.muni.cz*

*Mgr. Michal Jabůrek,
Masarykova univerzita, Fakulta sociálních studií, Katedra psychologie,
Joštova 10, 602 00 Brno; e-mail: michal.jaburek@gmail.com*

STRAKA, O., CÍGLER, H., JABŮREK, M. Mathematical Talent from the Perspective of Neuropsychology and Cognitive Psychology

This review study is concerned with the structure and mutual relationships of the cognitive abilities that are projected into one of the most important fields of education – mathematics. It presents a view from two different but mutually complementary angles: the perspectives of neuropsychology and cognitive psychology. In both cases apart from normal functioning we pay particular attention to deviations from the norm, in the sense of both exceptional mathematical talent and cognitive deficit.

In the section on neuropsychology we look primarily at the question of modularity, i.e. the extent to which the individual different capabilities necessary for mathematical thinking are secured by relatively independent neuronal subsystems. We also present information on the localisation of these subsystems. We then consider the relationship between mathematical talent and the organisation of CNS on the complex level from the point of view of hemispheric specialisation, hemispheric asymmetry and the mutual communication of the two brain hemispheres in the course of tackling demanding tasks.

In the section devoted to cognitive approaches we first and foremost describe the PASS theory and the four main cognitive processes with which this theory works, and reflect on the potential implications of this theory for the teaching of mathematics. We then present an alternative view of the theory of diverse intelligences often used in Czech pedagogic practice. Although according to its author H. Gardner this theory has inter alia a neurocognitive base, in the light of recent studies it does not seem sufficiently empirically grounded and we therefore discuss its use in teaching in a critical spirit.

In conclusion the study seeks to summarise and evaluated the results of the findings presented for educational practice.

Keywords: *cognitive functions, cognitive theories, cognitive capacities, neuropsychology, mathematical talent, dyscalculia.*