



Rendl, M., & Vondrová, N. a kol. (2013). *Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů*. Praha: Univerzita Karlova – Pedagogická fakulta.

Pozoruhodná publikace, na níž se podíleli kromě didaktiků matematiky i pedagogové a psychologové, je jedním z výsledků projektu GAČR P407/11/1740 *Kritická místa matematiky na základní škole – analýza didaktických praktik učitelů*. Výzkum probíhal v letech 2011–2013 a jeho cílem bylo shromáždit a analyzovat zkušenosti učitelů týkající se tzv. kritických míst v matematice základní školy. Byl založen na rozhovorech s 26 vyučujícími prvního stupně a 34 učiteli druhého stupně základní školy. Vzor učitelů nebyl sice reprezentativní, avšak tito učitelé pocházeli z různých míst v České republice, byli to učitelé úspěšní (s průměrnou délkou praxe 20 let), kvalifikovaní, s odbornou erudicí a „dostatečným sebevědomím“. Celkem 14 pracovníků výzkumného týmu s nimi vedlo přibližně hodinové rozhovory, jejichž analýza je základem recenzované knihy. Vydání této publikace je podle mého názoru mimořádný počín a výrazný podnět pro naši didaktiku matematiky. Ve výzkumu nejde o „terminografii“ (termín P. Piňhy), ale o kvalifikovaný rozbor názorů učitelů základních škol. Tito dělníci na poli vzdělávání, skuteční tvůrci školy, se k problémům vzdělávání vyslovují jasně a zaujatě. Podávají tak zprávu nejen o kritických místech matemati-

ky na základní škole (tj. o „oblastech, v nichž žáci často a opakovaně selhávají, která nezvládnou na takové úrovni, aby se jejich matematická gramotnost produktivně rozvíjela a mohla být tvořivě užívána v každodenním životě“), ale i o sobě. Vyučování (matematice) se v pojetí autorů jeví (ačkoli to v publikaci není výslovně formulováno) jako obtížné řešitelný společenský úkol, který je závislý na realitě současné společnosti, na dětech, které jsou produkty této společnosti, na učitelích, které rovněž tato společnost formovala, ale i na matematice koncipované současnou didaktikou a zpracované v učebnicích především nakladatelství Alter, Fraus a Prometheus. Učitel nemůže „ve své režii“ měnit společnost s jejími hodnotovými prioritami, nemůže ovlivnit žáky s jejich zájmy, tím méně pak nesourodou společnost jejich rodičů. To ovšem neznamená, že bychom se neměli snažit úroveň vzdělávání (matematiky) zlepšovat. Právě naopak: přispět k „řešení neřešitelného“ realizací dílčích zlepšení je nutné, je to aktuální úkol nás, učitelů. O to konečně usiluje i recenzovaná monografie.

Všimněme si nyní jednotlivých částí knihy (odkazy uvádím číslem strany v závorce).

V první kapitole *Kritická místa matematiky – zkoumání diskurzu učite-*



lů (s. 7–17) informují Miroslav Rendl a Naďa Vondrová o cílech, metodách výzkumu a struktuře knihy.

Druhou kapitolu *Kritická místa matematiky na 1. stupni základní školy v diskurzu učitelů* (s. 19–61) zpracovala Darina Jirotková a Jaroslava Kloboučková. Rozlišují zde čtyři kritické oblasti. Do první z nich, *Oblasti konvencí*, zahrnují pouze zaokrouhlování. To je podle mého názoru poněkud překvapující, neboť konvence je snad pouze okrajovou záležitostí zaokrouhlování, které je založeno na hlubším proniknutí do tématu numerace. Z druhé strany řadu skutečně konvenčních souvislostí (terminologie, reprezentace pojmů, geometrie...) učitelé jako kritická místa neuvádějí. Závažnější je druhá část kapitoly *Oblast aritmetických operací*. V části *Počítání s přechodem přes desítku* uvádějí autorky řadu metod, jak se problém tradičně řeší, aby nakonec uvedly bez komentáře, že podle Hejného „je to v pohodě, neřešíme to a prostě jde to“, jiná učitelka říká: „Začali jsme krokovat (...) ani nevím, že přechod přes desítku nastal“ (s. 32). Jiná učitelka s desetiletou praxí uvádí: „Rozdali jsme dětem domů krokovací pásy, aby si mohly tápat těma prstíkami, a nikdo mě nijak neoslovil“ (s. 32). Snaha vysvětlit přechod přes desítku rozkladem druhého sčítance je patrně vedena potřebou porozumět výsledku (slova vyjadřující čísla větší než deset i jejich zápis mají „novou strukturu“ – jedenáct, dvanáct, 11, 12...). Tato skutečnost zůstává ovšem při krokování skryta. Je-li cílem

vyučování naučit „spoje přes desítku“ z paměti, pak ovšem můžeme na jejich zdůvodňování rezignovat. Na s. 37 se dočteme, že zásluhou Hejného metody zmizí i problém dělení se zbytkem. Čtenáři recenzované učebnice (výzkumník, učitel i recenzent) by uvítali jasné stanovisko autorů ke studované problematice. To zde podle mého názoru chybí. Je překvapivé, že algoritmus písemného dělení dvojčífným dělitelem uvádějí jako problém pouze dvě učitelky, ačkoli geometrii za kritické místo považuje 20 z 32 učitelů. Autorky zde správně poukazují na nevhodné chápání geometrie u většiny učitelů a z toho pramenící potíže, neuvádějí však, že geometrie vhodněji koncipovaná je např. v Hejného učebnicích a v řadě učebnic nakladatelství Prometheus autorů Hošpesová, Divíšek, Kuřina. V geometrickém učivu se vyskytuje celá řada problémů (od manipulace s nástroji až k otázkám terminologickým), jasná autorská stanoviska však i zde postrádám. V části *Průřezová oblast – slovní úlohy*, kterou jako kritickou uvádí 25 učitelů, se projevují vážné problémy naší školy. Autoři zde zcela oprávněně poukazují na nedostatky žáků s porozuměním jakémukoli čtenému textu, řešení slovních úloh je vázáno na problémy vhodných reprezentací kontextu.

Třetí kapitolu *Kritická místa matematiky na 2. stupni základní školy v diskurzu učitelů* zpracovaly na s. 63–126 Naďa Vondrová a Jana Žalská. Vzhledem k tomu, že jako kritická místa identifikují aritmetiku, algebru – algeb-

raické výrazy, slovní úlohy, geometrii – konstrukční úlohy a výpočty v geometrii, se zdá, že kriticky ohrožené je téměř všechno učivo druhého stupně základní školy. Jak choulostivé jsou didaktické otázky spjaté s aritmetikou a algebrou připomeňme těmito skutečnostmi: na s. 94 se uvádí argument „jablka a hrušky nelze počítat“, ačkoli u Hejného již v prvním ročníku základní školy žáci „sčítají dva zajíce a jednu lišku“. Přitom výklad na s. 94 se týká algebry, kde přece zápisy typu $a + b = c$ budou zcela běžné. U slovních úloh se učitelé, podobně jako na 1. stupni, pozastavují nad nízkou úrovní čtenářské gramotnosti žáků v souvislosti s porozuměním textu a rozebírají se otázky klasifikace úloh podle jejich typů. Někteří žáci si zde uvědomují „paradox cesty a cíle“: „oni nechťejí vědět, jak dlouho to bude trvat (...), chtějí vědět, jestli to dokážu spočítat“ (s. 106). Ve školské matematice téměř nikdy nejde o výsledek, ale o to, zda žák umí k výsledku dojít. Nestálo by za úvahu „nalít žákům čistého vína“ a ptát se: „Jak vypočítáš dobu jízdy, podíl při dělení...?“ A prokázat, že to skutečně umíš vypočítat, je možné jediné tak, že výpočet provedeš. Pseudo-reálný charakter úloh má patrně i ten důsledek, že se žáci spokojují i se zcela nerealistickými výsledky řešení úloh: matematika je „jen jako“. V diskusi o geometrii se podle mého názoru projevuje, že i v komunitě učitelů je řada názorů neujasněných. I zde můžeme sledovat otázku „cesty a cíle“. Například učitelka po 30 letech praxe uvádí: „Pro-

jekt baráku – to je ten rozbor“ (s. 108). Ale rozbor je snad hledání cesty, tedy hledání cesty k projektu. Geometrie je pochopitelně spjata s rýsováním (obrázky jsou reprezentacemi abstraktních geometrických pojmů), rýsování by se však měli žáci učit na něčem „zajímavějším“, než jsou např. trojúhelníky a kružnice. Konstrukční úlohy jsou úlohy k nalezení cesty k cíli (k narysování geometrického útvaru). Geometrická problematika je rozsáhlá: od terminologie a rýsování k otázkám logickým. To vše se projevuje i při výpočtech velikostí geometrických útvarů.

Čtvrtou kapitolu *Procesy učení v diskurzu učitelů matematiky na 2. stupni základní školy* zpracovali na s. 127–182 Miroslav Rendl a Anna Páchová. Nastolují zde řadu problémů: názornost jako východisko pochopení, představivost, porozumění, zapomínání, procvičování. I zde jsou přesvědčivé závěry ilustrovány výpověďmi učitelů. Za centrální považují autoři porozumění a podržení poznatků v paměti (s. 163). Zdůrazňují, že „porozumění“ nepovažují vyučující v naprosté většině případů za problém. „Problém pro ně je, že děti pochopené učivo zapomenou (...). Zdá se, že odpověď učitelů na všechny problémy zní: procvičovat, opakovat, drilovat (...). Pokud žáci neporozuměli úvodní prezentaci, pak při zacházení s pojmem a užívání procedur s ním spojených, jim to docvakne“ (s. 163). „Mechanické osvojení algoritmu a pamětné osvojení pojmu (...) může zejména ve vzájemném propojení být dobrým východis-



kem porozumění pojmu“ (s. 165). Tyto názory je nutno zvážit a učinit z toho závěry pro naši didaktiku. Autoři dále píší: „Zdá se, že v dnešním diskurzu pedagogických a didaktických teoretiků nabyla automatizace převážně negativních konotací a je chápána jako protiklad tvořivosti a rozvoje myšlení a osobnosti dítěte. Podle našeho názoru je ale jeho nutnou podmínkou. Automatizace jako rutinní, samozřejmé používání se nám jeví klíčovým efektem učení: a) je předpokladem začleňování do složitějších komplexů, b) je předpokladem implicitních vhlédů, c) je předpokladem „familiarizace“ konceptu, který se tak může stát východiskem abstrakce“ (s. 177). A dále: „Podle našeho názoru lze vyvodit závěr, že postupy učitelů při vysvětlování a důraz na dril a opakování lze považovat do značné míry za zdůvodněné nejen pedagogickou praxí, ale také pedagogickými výzkumy“ (s. 179).

V páté kapitole *Motivace v diskurzu učitelů matematiky na 2. stupni základní školy* (s. 183–207), kterou napsaly Isabela Pavelková a Eliška Tauchmanová, se uvažuje o řadě otázek „společenského“ charakteru. Například se zdůrazňuje, že některé obecně proklamané deklarace o lehkosti školní práce, o hravém neintencionálním učení a úzkém spojení matematiky se životem mohou být kontraproduktivní. Nejen učitelé, ale i žáci poznávají, že na středních školách studují i děti, které měly na základní škole velké studijní problémy (s. 195), v praxi bývá častou moti-

vační silou prospěch. Moderní technologie typu interaktivní tabule nemusí přispívat ke zkvalitnění vzdělávacího procesu.

Šestou kapitolu *Typy žáků v diskurzu učitelů základní školy* (s. 209–258) napsaly Lenka Hříbková a Anna Páchová. Autorky konstatují „malý moment soustředění současných žáků“ (s. 219), jejich „rozptýlenou pozornost“ (s. 210), negativní vliv rodiny na výkony dítěte: „... rodiče je dovezou autem sem i tam“ (s. 236), „... žáci jsou roztěkaní tím, že jsou takoví pohodlnější, možná je to i vlivem těch počítačů a výpočetní techniky, kde prakticky za ně všechno ten počítač udělá a oni jen umí zmáčknout tlačítko, (...) ale přemýšlet... to už moc ne“ (s. 241). „Pohodlný žák“ je učiteli zmiňován jak v souvislosti s neochotou myslet, tak i v souvislosti s „neochotou rutinně pracovat“.

Sedmou kapitolu *Učitelské pojetí úspěšnosti v matematice: role školy a rodiny* (s. 259–300) vypracovala Irena Smetáčková. Hlavní výhrady, které vyučující matematiky vůči dnešním žákům uvádějí, jsou nedostatek zkušeností, zručnosti a vůle. „Chtěli by samé jedničky, ale nechťejí pro to nic dělat, nechťejí se moc učit. Nemají takovou nějakou motivaci“ (s. 280). „Matematika je součástí výuky (...), velký problém je právě v celkovém přístupu ke vzdělávání a ke školství“ (s. 283). „Dříve dítě, když nevědělo, požádalo o radu (...), teď rovnou děti často rezignují a řeknou, že to psát nebudou, že je jim to jedno, ať jim dám pětku!“ (s. 280).



Ladislav Kvasz, autor monografie *Patterns of change* z roku 2008, se zamýšlí v sedmé kapitole *Historické aspekty vyučování algebry* (s. 301–324) nad otázkami vlivu historického vývoje matematiky na vzdělávání, zejména pak nad otázkami rozvíjení algebraické symboliky. Zdůrazňuje, že přehnaný nebo příliš časný důraz na symboliku, např. v geometrii, může zastavit rozvíjení porozumění pojmům. Totéž se týká řešení slovních úloh a porozumění vzorcům v algebře.

Autoři na mnoha místech upozorňují na výzkumné práce (převážně zahraniční), které řeší studovanou problematiku. Publikaci by podle mého názoru prospělo, kdyby věnovali více pozornosti zpracování kritických míst v učebnicích, s nimiž dotazovaní učitelé v převážné míře pracují.

Na závěr uvedu několik námětů inspirovaných monografií *Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů*.

Považuji za velmi dobré, že monografie připomíná na s. 63 pět pilířů zdatnosti v matematice:

1. **konceptuální porozumění** – chápání matematických pojmů a objektů, matematických operací a vztahů;
2. **procedurální zběhllost** – dovednost provedení procedury přesně, vzhledem ke kontextu vhodně a účinně;
3. **strategická kompetence** – schopnost formulovat, znázorňovat a řešit matematické úlohy;
4. **adaptivní úsudek** – schopnost logického myšlení, reflexe, vysvětlování a odůvodňování;

5. sklon k produktivní činnosti – běžně projevovaný sklon chápat matematiku jako smysluplnou, užitečnou a hodnotnou činnost spojenou s vírou v píli a s vnímavou schopností výkonu.

Lze chápat tyto pilíře zdatnosti za konkretizaci rozvoje matematického duševního rozvoje žáka, hlavního vzdělávacího cíle vyučování matematice, který v publikaci *Vyučování matematice orientované na budování schémat* vytýčil v roce 2014 Milan Hejny?

Přínos recenzované publikace spatřuji především v tom, že poukazuje na řadu problémů, které by naše didaktika měla řešit, například:

- Jakou roli mohou nebo mají hrát ve vyučování matematice tzv. konstruktivistické přístupy?
- Co je to dril? Je dril žádoucí, trpěnou nebo nepřijatelnou složkou matematického vzdělávání?
- Jak v praxi překonávat formalismus ve vyučování?
- Jak koncipovat geometrii na základní škole?
- Jak účinně získávat žáky pro matematiku?
- Jak organicky zapojovat do vzdělávání výpočetní techniku?
- Jak učit řešit úlohy?

Univerzitní profesor matematiky Bohumil Bydžovský zdůrazňoval již v roce 1937 v knize *Naše středoškolská reforma*: „Škola si musí stále být vědoma toho, že výchova se neobejde bez jakéhosi třeba sebe mírnějšího a zastřenějšího nátlaku. Je kus morálního násilí v tom, že musí-



me tvora od přírody primitivního, jako je dítě, v době několika let pozdvihnout ke kulturní úrovni, ke které se lidstvo probíjovávalo s obtížemi a oklikami po tisíciletí. Říkáme-li, že škola vede žáka k výšinám osvěty, víme dobře, že to neznamená vždy, že se žák dává vést dobrovolně. Umění výchovné je právě v tom, přimět žáka k tomu, aby se tomuto vedení podvolil a aby cítil co nejméně morální nátlak školního prostředí.“

Recenzovaná kniha *Kritická místa matematiky...* je i technicky kvalitně zpracovaná publikace, obsahuje anglický souhrn, obsáhlý seznam literatury, jmenný a věcný rejstřík a seznam dotazovaných učitelů. Recenzenty publikace byli prof. PhDr. Ivo Čermák, CSc., a doc. PhDr. Alena Hošpěsová, Ph.D.

František Kuřina