

VZDĚLÁVACÍ A POZNÁVACÍ PROCES

František Kuřina

Anotace: V práci se zabývám charakterem rozvíjení mateřské řeči u dítěte, badatelským procesem ve vědě a vzdělávacím procesem ve škole. Vzdělávací proces chápu především jako proces kultivace žákovy duševního světa, při níž hrají důležitou roli zkušenosti žáků. Kladu si otázku, zda k překlenutí existujících rozporů může přispět didaktický konstruktivismus.

Klíčová slova: poznávací proces, vzdělávací proces, didaktický konstruktivismus, tři světy K. Poppera.

1. Dvě smutné priority našeho školství

Nepatřím k těm, kteří by chtěli vysílat nějaké „negativní poselství“ o naší škole, jak o něm píše S. Štech v článku *Křivá huba, nebo křivé zrcadlo* (Štech, 2000, s. 117), přesto bych však chtěl poukázat na dvě priority ohlášené v nadpisu.

První se týká obliby matematiky u žáků 8. ročníků. Opírám se zde o informace publikované ve zprávách o výzkumu TIMSS (*Third International Mathematics and Science Study*), Straková – Tomášek – Palečková 1996).

Na otázku „*Jak rád(a) máš matematiku*“ mohli žáci vybrat odpověď z těchto čtyř možností:

velmi nerad(a), nerad(a), rád(a), velmi rád(a).

V Rakousku, Německu, České republice, Maďarsku, Japonsku, Koreji, Litvě a Nizozemí uvedlo více než 40 % žáků, že matematiku nemají rádi. Na prvním místě mezi těmito zeměmi je Česká republika, kde takto odpověděla plná polovina z dotazovaných žáků 8. ročníků. Nejmenší procento našich

žáků (8 %) odpovědělo, že mají matematiku velmi rádi. Plných 14 % dětí uvedlo, že mají matematiku velmi nerady.

Může nás sice těšit, že naši žáci 8. ročníků přitom dosáhli v matematice výborných výsledků, neboť pouze Singapur, Korea a Japonsko měly výsledky statisticky výrazně lepší, jsem však přesvědčen, že tento negativní poměr k matematice snižuje úroveň užitečnosti matematiky v běžném životě. K tomu, co nemám rád, se uchyluji pouze v případě nouze nebo donucení. Špatný poměr k matematice patrně vede k zplanění i těch znalostí, které si žák ze školy přináší. Je otázka, zda tento negativní poměr k matematice nemá za následek další náš světový primát, s nímž se nemůžeme chlubit.

V šetření TIMSS byly dány v matematice 4 stejné úlohy v 8. ročníku základní školy a v posledním ročníku střední školy. Jsme jediná země světa, která má celkovou úspěšnost středoškoláků nižší než úspěšnost žáků 8. ročníku. Všimněme si zde dvou z těchto úloh (právě jedna z nabídnutých odpovědí A, B, C, D, E byla správná).

Úloha 1: Kolik kalorií je v 30 gramové porci jídla, je-li ve 100 g tohoto jídla 300 kalorií?

A 90 B 100 C 900 D 1000 E 9000

Úloha 2: Ze zásilky 3000 zárovek bylo 100 namátkou vybráno ke kontrole. Je-li z tohoto vzorku 5 zárovek vadných, kolik vadných zárovek můžeme očekávat v celé zásilce?

A 15 B 60 C 150 D 300 E 600

První úlohu vyřešilo správně 78 % žáků základní a 61 % žáků střední školy.

Druhou úlohu vyřešilo správně 76 % žáků základní a 63 % žáků střední školy.

Odpověď na otázku, zda je matematika užitečná pro život, budeme tedy asi muset formulovat opatrně.

Je smutnou realitou, že z celého světa pouze v naší republice vyřeší tutéž úlohu o 10 % méně středoškolařů než žáků 8. ročníků. Všechny ostatní státy vykazují nárůst úrovně řešení úloh. Nejnižší nárůst (o 10 %) se objevil u studentů z Maďarska, Kypru, Spojených států a Jihoafrické republiky. Island, Dánsko a Švédsko vykazují více než 20% nárůst úrovně řešení úloh.

Řešení problémů naší školy považují za naléhavé. Oč se při úvahách o těchto otázkách opírá? Prostudovat to podstatné, co bylo o vzdělávání v průběhu historického vývoje napsáno, je nad lidské síly. Jen odkazy v pracích, které cituji v tomto článku, přesahují 1000 položek. Přitom v těchto dílech nejde vůbec o nějakou ucelenou teorii, ale spíše o prezentaci názorů, které nejsou navzájem zcela v souladu. Soubory prací citovaných jednotlivými autory představují jakési sféry kulturních vlivů a téměř se nepřekrývají. K doložení tohoto tvrzení si můžeme čtenář srovnat např. seznamy literatury u *Bertranda* (1998) a *Mareše* (1998).

Nechtěl bych dělat „fatalní chybu z přehlédnutí zdrojů a souvislostí“ (Slavík 1999) a chtěl bych poukázat na několik myšlenek, které souvisejí s charakterem tří na sobě nezávislých a v tomto smyslu paralelních procesů:

a) *Proces osvojování si mateřského jazyka dítětem.*

b) *Badatelský proces, tj. proces vytváření nových poznatkových struktur.*

c) *Školský vzdělávací proces.*

Tyto souvislosti jsou podle mého názoru pro studium možnosti zkvalitnění výsledků práce školy podstatné.

Samozřejmě se přitom dotknu řady problémů, které byly v různých dobách různými autory studovány. Otázky, kterými se budu zabývat, mají dosti obecný charakter, jde mi však především o problematiku matematického vzdělávání. Od dob, kdy se „*F. M. Pelcl ve svých pamětech trpce vysmívá zavedení matematiky v tereziánských školách, jako kdyby měly všechny děti nastoupit jako účetní u eráru*“ (Sokol 1996, s. 39) se jistě mnohé změnilo. Dnes jsme svědky nezapjárných diskusí o tom, zda se mají děti učit matematiku, když mají kalkulátory. Co je ovšem podstatné v souvislosti s vyučováním matematice, je otázka, zda matematika přispívá ke kultivaci myšlení. K této problematice se vyjadřovali jak matematici vědci (Polya 1983), tak i pedagogové a psychologové (Bruner 1964) a dotkneme se jí i my v tomto článku. Jsem si přitom vědom toho, že „*pedagogické dílo je velmi komplexní a jako úplný celek je nedokážeme myšlenkově obháhnout*“ (Hejný – Slavík 1996, s. 150).

2. Komunikace a jazyk

Mateřský jazyk si za normálních podmínek začíná dítě osvojovat od prvních týdnů svého života. Tento proces probíhá ve spontánní aktivitě dítěte, rodičů, širší rodiny a společnosti, která dítě obklopuje. Většina,

ne-li všichni účastníci procesu osvojování si mateřského jazyka dítětem, je složena z osob, které nemají hlubší vzdělání jazykové ani pedagogické. A přesto je tento proces sto procentně úspěšný: každé zdravé dítě nejen porozumí své mateřštině, ale naučí se jí i mluvit.

Spontánní rozvoj jazyka v předškolním věku je spjat se zájmy dítěte, s jeho všestrannými aktivitami, dítě si vlastně v kontaktu se složitou realitou jazyk svébytně vytváří. Od samého začátku se setkává s užitečností jazyka, nevádí mu jeho složitost a mnohdy i nesrozumitelnost. Je to pravý opak přístupu k novému, který uplatňuje škola. I zde „je třeba překonat starý strach z chaosu a odpor k nečistotě rození... Je čas vrátit se ze sterilního a neskutečného světa hotových forem do nečistého světa vznikání, je třeba pozorně se dívat, jak se formy rodí, protože pouze tento zrod je vlastní skutečností a pravdou našich forem“ (Ajvaz 1997, s. 63). Škola ovšem nejen ve výchově jazykové, ale např. i v matematice často žákům vnucuje hotové formy. Ne nadarmo si povzdechl americký psycholog *W. Hull*: „*Kdybychom děti učili mluvit ve škole, nikdy by se to nenaučily*“ (Holt 1994, s. 4). Mluvit se patrně naše děti v normálních rodinách naučí. Rozvíjet žakovský jazyk, učit děti hovořit, je netriviální úkol, který souvisí s rozvojem myšlení a kterému by se naše škola měla výrazněji věnovat. K podobným závěrům dochází *J. Sokol* v článku *Antropologie výchovy a vzdělání* (2000). „*Na lidské řeči je důležité to, že může popisovat a argumentovat*“ (Popper 1998, s. 92).

Učit se jazyku je možné jenom v procesech komunikace, které probíhají celý život, i sám jazyk se pod vlivem komunikace mění. Komunikace je ovšem i klíčovým zdrojem poznávání. Neformální poznávání je založeno na dialogu a na interpretaci poznávacích rozporů.

Komunikace není ovšem omezena jenom na slovní vyjádření. Zejména pro děti je důležitým vyjadřovacím prostředkem výtvarný projev.

Uvedme při této příležitosti tři příklady, které jsme získali z šetření podrobně popsáném v článku *A. Hošpesové, M. Tiché a F. Kuřiny* (2000). Podnětem k tomuto experimentu byl článek *B. Doiga* (1999). Žáci třetích ročníků základní školy měli slovně nebo obrázkem odpovědět na dvě otázky:

1. *Co se mi ve škole nejvíce líbí?*
2. *Co se mi ve škole nelíbí?*

Jedna z odpovědí zněla:

„*Nelíbí se mi kolem naší třídy skoro deně projíždí nákladní vozi které když máme otevřené okna nám do třídy vznikají nebezpečné škodliviny.*“

Žákyně se plně soustředila na obsahovou stránku odpovědi, gramatika i struktura jazyka jsou pro ni zcela nepodstatné, užívá i slova, která zřejmě nemá plně osvojena (vznikají místo vnikají), ale její sdělení má dobré vřli pochopíme. Zdá se, že žáci mají v naší škole poměrně málo příležitostí k vyjadřování svých myšlenek. Neměli bychom tuto „aplikační“ stránku jazyka systematictěji pěstovat? Nemáme právě ve službách adekvátnosti vyjadřování postupně budovat strukturu jazyka? Dobré porozumění jazyku je důležité jak pro komunikaci společenskou, tak i pro porozumění všem předmětům. Mnohé potíže žáků s řešením úloh tkví svou podstatou v nízké úrovni porozumění textu.

Vyjadřovacím prostředkem byly pro mnoho žáků třetích ročníků kreslené obrázky. Zde uvádím dva. Suverénovi na obr. 1 se líbí ve škole počítače a hry s nimi. Jeho vyjádření je výstižné a geometricky pozoruhodné. Je zajímavé, že dítě, které nemá žádné školení o zobrazování prostoru do roviny, nakreslí spontánně tak výstižnou informaci. Obr. 2. nakreslilo děvče. Je nespokojeno s tím, že

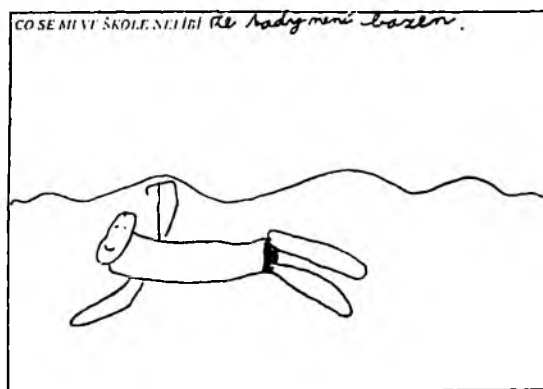
škola nemá bazén. Žákyně vyjadřuje výmluvnou výtvarnou zkratku svou touhu sportovat ve vodě. Maně se nám vybaví *Hostin-*

ského myšlenka z r. 1902: „*Jeť řeč tvarů příbuzná písmu*“ (citováno podle P. Šamšuly 1996, s. 78).

Obr. 1



Obr. 2



Připomeňme v této souvislosti názory *H. G. Gadamera* na rozvíjení komunikace a kreslení ve škole (Gadamer 1999, s. 35).

„*Všichni jsme zakusili první řečovou drezúru, když jsme přišli do školy. Co všechno tam najednou nebylo dovoleno, co se naší fantazii,*

kteřá doposud ovládala naši řeč, zdálo správně! Nejinak je tomu třeba i při výuce kreslení, kteřá přece často vede k tomu, že děti se ve škole odnaučí mít z kreslení radost, a tak se odnaučí kreslit. Vskutku je právě škola institucí společenského konformismu ve velkém.“

Školní konformismus vzniká právě proto, že děti jsou vedeny k osvojování „hotových formulací“, aniž jsou brány v úvahu jejich spontánní komunikační a poznávací procesy a přirozené motivace k nim.

3. Bádání a věda

Co mají společného proces osvojování si mateřského jazyka a badatelský proces? Podle mého názoru vysoký stupeň AKTIVITY individua. Dítě aktivně reaguje na všechny podněty, které dostává od samého počátku života i prostřednictvím vytvářejícího se jazyka, vnímá jazyk okolí – i když mu zpočátku plně nerozumí – cítí vyjadřování jako něco nezbytného pro zapojení sebe sama do světa ostatních. Každý svůj objev dítě komentuje, sděluje své dojmy okolí, a to i tehdy, když se jeho jazyk teprve postupně utváří. Příklady typu „haf, haf“ a „tú, tú“ to můžeme snadno doložit.

Vědec rovněž aktivně reaguje na mnohé podněty, které se v jeho oboru vyskytnou, zařazuje je do systému a klade si otázky o jejich významu. Vytváří hypotézy a připravuje systém experimentů pro jejich ověření, nebo zamítnutí. Součástí jeho práce je komunikace s ostatními odborníky oboru, a to ať formou diskuse s kolegy či známými, sdělení na sympóziu, nebo publikace ve vědeckém časopise. Vědec nevytváří své objevy „z ničeho“, ale tak, že rozvíjí nebo kritizuje poznávací koncepce a formulace svých předchůdců.

Jak činnost dítěte, tak i činnost vědce jsou činnostmi KONSTRUKTIVNÍMI, a to v tomto smyslu: dítě i vědec vytvářejí nové. Dítě nová slova, nové věty, novou gramatiku. Vědec nové výsledky, nové poznatky, nové teorie. Samozřejmě jak dítě, tak i vědec jsou hluboce ovlivněni společností. Dítě si pro sebe vytváří jazyk, kterým komunikuje se svým okolím, bude to tedy, až na půvabné odchylky ve slovní zásobě i gramati-

ce, jazyk jeho okolí. Vědec rozšiřuje dosavadní poznání za jeho stávající hranice. V zásadě ovšem vytváří nové také pro sebe; koneckonců, kdoví, zda totéž nebylo objeveno dříve nebo jinde. Ale právě tak jako dítě nové slovo, zařazuje vědec nový poznatek do existující soustavy. Podobně jako dítě musí patrně i on korigovat své poznání, není-li v souladu se zkušenostmi ostatních. Vědci nikdo nové poznatky sdělit nemůže, on je individuálně konstruuje v badatelském procesu, na základě experimentů a zkušeností, v souladu, někdy ovšem také v protikladu s dosavadními teoriemi. Dítě sice odposlouchává zvukovou stránku jazyka, významy slov mu však obvykle nevysvětlujeme: postupně si je osvojuje na základě zkušenosti a opakující se praxe.

„K nejvyšším a největším zážitkům člověka patří schopnost uvažovat a aspoň částečně chápat harmonickou eleganci přírody... Velké umění, například krásný obraz nebo hudební skladba, je užitečné, protože nás povznášá nad strasti každodenního života: poskytuje nám klid a štěstí. Základním výzkumem, studiem přírodních zákonů, se často zabýváme z týchž příčin. „Nejkrásnější pocity vyplývají ze záhad. Jsou to pocity, které stojí u kolébky skutečného umění a skutečné vědy. Člověk, který tento pocit nezná, člověk, který se neumí divit a který neumí zasnout, je prakticky mrtvý. Je jako zhasnutá svíce“ (Einstein)...

„Z krásných a záhadných věcí se dovedou radovat i děti“ (Selye 1975, s. 22–24).

„Přírodní vědy stejně jako vědy společenské vycházejí vždy z problémů, z toho, že něco vzbuzuje náš údiv... Věda vznikla z předvědeckého poznání a je navýsost pozoruhodným rozvinutím způsobu, jakým poznává zdravý lidský rozum... Starší teorie vědy učila a ještě stále učí, že východiskem vědy je naše smyslové vnímání či smyslové pozorování. To zní zprvu naprosto rozumně

a přesvědčivě, je to ale zcela nesprávné: Bez problému není pozorování... Logika vědy je následující:

1. *Vychodiskem vědy je vždy problém či problémová situace.*
2. *Pak přijdou pokusy o řešení: To jsou vždy teorie a ty jsou jakožto pouhé pokusy často chybné.*
3. *„Také ve vědě se učíme tím, že eliminujeme své omyly, tedy eliminací nesprávných teorií“ (Popper 1998, s. 15–20).*

V tomto duchu chápeme bádání jako proces hledání odpovědi na aktuální otázky, které vycházejí z kontaktu člověka s přírodou a společností. Otázky ovšem vznikají i uvnitř konstituující se disciplíny, v procesu utváření vědy.

N. Bourbaki přirovnává např. matematiku „*k velkoměstu, jehož předměstí se neustále chaoticky rozrůstají, zatímco se jeho jádro periodicky rekonstruuje, vždy podle jasného plánu, až k velkolepému uspořádání. Přitom se staré čtvrti s labyrinty uliček bourají, aby mohly být vedeny k okrajovým částem stále širší, přímější a vhodnější ulice*“ (*Bourbaki* 1963, s. 257).

Bádání provází člověka od samého začátku jeho kulturní historie. Důležitými kroky při vypracování teorii je identifikace přirozených celků a třídění, tedy konstrukce souborů, např. na základě vztahů mezi jejich prvky. Podstata těchto procesů je matematická: konstrukce podmnožin např. na základě relací ekvivalence, tedy na základě abstrakce. Přitom je účelné rozlišovat etapu řešení problémů disciplíny a etapu uspořádávání poznatků do systému. V průběhu obou etap se utváří jazyk vědního oboru, v němž je disciplína zpracována v monografiích.

V článku *Tři světy Karla Poppera* a vzdělávací proces (*Hejný – Kuřina* 2000) jsme podrobně vysvětlili ideu, která je podle mého názoru dobře aplikovatelná na vzdělávací proces. Připomeňme zde v souvislosti s obr.

3 základní myšlenky. Právý obdélník v tomto obrázku představuje matematiku jako součást světa 3, součást lidské kultury. Mnohé otázky a problémy, které člověk řeší, vznikají z jeho kontaktu se světem 2, s přírodou, technikou a společností. Přitom problémy řeší lidé. Každý, kdo hledal odpověď na nějakou hlubší otázku, ví, že najít řešení není „*práce pro externistu*“: má-li člověk vyřešit problém, musí ho nejdříve dostat do svého vědomí, problém musí zapadnout do jeho duševního světa, do světa 2 v Popperově terminologii. Je-li řešitel úspěšný, řešení má obecnější platnost a výsledky jsou významné, stávají se po zveřejnění duševním majetkem komunity vědců, stávají se součástí světa kultury, tj. světa 3.

Dítě v procesu tvorby jazyka kultivuje svůj duševní svět, obohacuje jej o stále se rozšiřující paletu představ a pojmů, získává dovednosti, které mu umožňují další duševní vývoj.

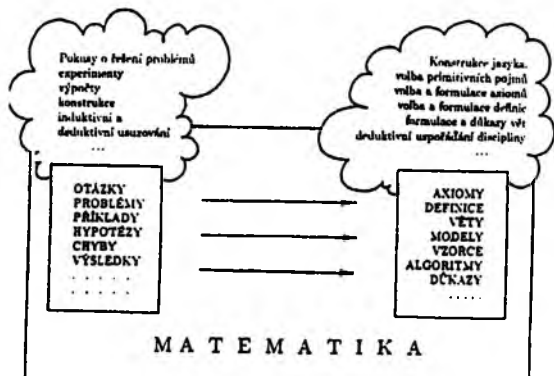
Také vědec rozšiřuje svůj duševní svět, aby mohl obohatit Popperův svět č. 3, svět lidské kultury. To se mu daří, jsou-li jeho poznatky přijaty aspoň částí vědecké komunity.

M. Hejný rozebírá v článku *Budování geometrických proceptů* (*Hejný* 2000) tzv. procesuální a konceptuální vnímání světa v souvislosti s vytvářením matematických pojmů. Podle mého názoru můžeme tuto ideu rozšířit na celou matematiku. Jednotlivé složky matematiky v pravém obdélníku obr. 3 jsou dílčí matematické struktury, např. teorie grup, teorie vektorových nebo metrických prostorů, obecná algebra, geometrie atp. Na matematiku se ovšem můžeme dívat i jako na metody, které k těmto výsledkům (a ovšem i k výsledkům potřebným k užití matematiky např. v technice, biologii,...) vedou (levý obdélník v obr. 3). Snad můžeme označit tyto metody jako *umění počítat, umění vidět, umění konstruovat* a *umění dokazovat*. Užívám zde poněkud neobvyklý

termín „umění“, neboť jde o více než o pouhou dovednost, je ovšem jasné, že nejde o „uměleckost“ vyhrazenou mimořádně nadaným jedincům. Počítání lze samozřejmě

dnes provádět výpočetní technikou, umění počítat zahrnuje ovšem i otázky co počítat a jakým způsobem.

Obr. 3



Termín „umění počítat“ užívám tedy ve *Vopěnkově* smyslu: „*Je to metoda předpovídání pomocí formálních kalkulů*“ (Vopěnka 2000). Podle této charakteristiky můžeme do matematiky zařadit dobré aplikační úlohy od první třídy základní školy, ale i aplikace matematiky v technické a jiné praxi. Další tři umění mají, jak je zřejmé, původ v geometrii a podrobněji jsem o nich pojednal ve stati *Perspektivy vyučování geometrie* (Kuřina 2000). Je ovšem zřejmé, že vidět mohou nejen prostorový nebo rovinný útvar, ale i útvar přírodní, vidět mohou i souvislosti, příčiny, řešení problému, konstrukci nebo důkaz. Sestrojit mohou nejen trojúhelník nebo kružnici, ale i model, stroj, algebraický výraz nebo rovnici. Tvrzení dokazujeme nejen v geometrii, ale i v algebře, důkazy se zabývají soudy, argumentace je složkou každodenního života. Zmíněná čtyři umění tedy zprostředkovávají aplikace matematiky v nejrůznějších oblastech. Užití termínu „umění“ v podobném smyslu jako zde je známo z historie: *Ars Magna*, *Ars iudicandi*, ... (Hejny 1989, s. 49).

Tři příklady

Ilustrujme nyní tři geometrická umění konkrétními příklady.

I nematematik jistě vyřeší následující úlohu:

? *Nakreslete těleso, které vznikne otáčením obdélníku kolem jeho úhlopříčky.*

Řešení úlohy a její rozbor lze najít v naší knize *O představivosti* (Půlpán – Kuřina – Kebza 1992).

Co rozumíme uměním konstrukce, si můžeme přiblížit úlohou:

? *Sestrojte pravidelný patnáctiúhelník, pravidelný šestnáctiúhelník a pravidelný sedmáctiúhelník.*

Úlohu sestrojit pravidelný šestnáctiúhelník může řešit žák základní školy: sestrojí postupně čtverec, pravidelný osmiúhelník a pravidelný šestnáctiúhelník. Pravidelný patnáctiúhelník může sestrojit žák střední školy, musí však přijít na nápad, který uvádí již *Eukleides* ve svých *Základech*. Úlohu sestrojit pravidelný sedmáctiúhelník vyřešil mladý *K. F. Gauss*, jeden z největších matema-

tiků všech dob. Znamenalo prý to pro něho orientaci na matematickou dráhu.

Na zmíněných úlohách můžeme doložit zvláštní rys matematiky: existují obtížné matematické problémy, v nichž je otázka srozumitelná i neoborníkovi. Uved'me nyní tři důkazové úlohy, které hrály v historii matematiky významnou roli.

Úloha:

? *Dokažte, že prvočísel je nekonečně mnoho, je klasická úloha známá od Eukleida.*

Úlohu:

? *Dokažte, že reálných čísel je více než čísel přirozených, vyřešil G. Cantor v roce 1874. 350 let trvalo, než se matematikům podařilo dokázat, že rovnice*

$$x^n + y^n = z^n$$

nemá pro $n \geq 3$ celočíselné řešení.

O těchto problémech píše např. *L. Skula* v článku *Velká Fermatova věta* (Skula 2000).

Badatelský proces je vysoce výběrový. Nejenže se malá část populace věnuje vědecké profesi. Vytváření nových poznatkových struktur není ani každodenní pracovní náplní vědce. Ten se musí patrně zabývat i studiem výsledků ostatních odborníků, a to nejen ve svém úzkém oboru, ale i uspořádáním poznatků a snad i jejich zprostředkováním mladé generaci, nemluvíme-li např. o popularizaci vědy, její dokumentaci atp.

4. Vzdělávací proces

Po expozici zaostřené na rozvíjení dětské řeči a na charakter badatelského procesu se zaměříme v tomto odstavci na proces vzdělávání.

Jaké jsou příčiny ne zcela uspokojivých výsledků našeho vzdělávání?

Podle mého názoru jsou vážné a jejich kořeny tkví hluboko v minulosti.

Před více než 100 lety píše např. náš významný pedagog *G. A. Lindner*:

*„Každodenní zkušenost nás může o tom poučiti, že výsledky, jakých se namnoze do-
děláváme ve školách, nikterak neodpovídají
onomu ohromnému aparátu, s jakým se tam
pracuje a jehožto rozsáhlost a složitost se
jeví v učebních osnovách příslušných škol.
My chceme vypěstovat obry a vychováváme
trpaslíky. Příčinou oněch neutěšených úka-
zů je onen povrchní pedagogický náhled, že
vyučování náleží v pouhém hromadění lát-
ky učební, a že měřítkem vzdělanosti jak ro-
zumové, tak mravní jest množství vědomos-
tí, kterým se byl žák naučil. Tento náhled,
který přeceňuje vliv vzdělání pouze látečné-
ho, maje za to, že každé vnímání naučené
látky, bez ohledu k tomu, jak se jí zmocňu-
jeme a zdali ji užíváme, jest již stupňováním
duševní síly, rozkvět a zdar školního vyučo-
vání nejvíce ohrožuje“* (Lindner 1983).

V roce 1998 se vyjadřuje k těžce proble-
matice *K. Popper*:

*„Pedagogika obvykle vypadá tak, že se
dávají odpovědi, aniž se položily otázky, ale
na otázky se neodpovídá... Učíme se z in-
formací, které do nás proudí skrze naše
smysly, opakováním se pak učíme zákonitos-
tem. Já se naopak domnívám, že se učíme
pouze činností, aktivitou a nikdy pasivitou“*
(Popper 1998).

Charakter naší školy výstižně vyjadřuje
jeden učitel základní školy v článku v *Lido-
vých novinách* (19. 5. 2000) slovy:

*„Procesu vyučování musí být účastny dvě
strany. Ten, co látku přednáší a vysvětluje,
a ten, co naslouchá a učivo přijímá.“* „*Ve
škole klademe důraz na abstraktní logicis-
mus, verbalismus a dominantní roli učitele,
který monotónně používá frontálního vyu-
čování a řídí přímo proces učení, což vede
k verbálnímu osvojování předepsané látky“*
(Skalková 1995, s. 9).

Zdá se, že velké množství látky a transmi-
sivní způsoby výuky jsou hlavními příčinami
problémů našeho vzdělávání. Soustředme

zde svoji pozornost pouze na charakter vzdělávacího procesu, ačkoliv tato otázka přirozeně souvisí i s otázkou obsahu vzdělávání. Transmisivní model vyučování je výstižně popsán např. v knize S. Štecha *Škola stále nová* (Štech 1992).

Můžeme sice deklarovat, že v dobře pojatém vzdělávacím procesu je „intelektuální činnost vždy táž, ať jde o nejvyšší vědu či o třetí třídu ve škole“ (Bruner 1965) a že „dítě je přirozeně expert na bádání a zkoumání reality“ (Ciariho cituje Štech 1992, s. 85), ale problémy charakteru vzdělávacího procesu tím vyřešeny nejsou, jak se ovšem uvádí i v citované monografii Štechově.

Proti ztotožnění práce žáka a vědce se nabízejí dvě vážné námitky:

1. Tempo práce žáka je diktováno osnovami. Žádný vědec však nemůže mít určeno, co a do kdy musí objevit.
2. Žák musí zvládnout celou škálu předmětů. Je nemyslitelné, aby vědec pracoval od 8 do 10 jako filolog a od 10 do 12 jako matematik. Motivace k vědecké činnosti je svázána s jeho hlubokým a jednostranným zaujetím pro určité relativně úzce vymezené problémy.

Jsem přesvědčen, že zlepšení výsledků práce naší školy spočívá v posunu od tradičního vyučování založeného na přenosu informací k vyučování založenému na zkušenostech žáků. Ve zmíněném článku o Popperových třech světech (Hejny – Kuřina 2000) jsme se podrobně zabývali otázkou tzv. didaktického konstruktivismu. Vycházeli jsme přitom např. z monografie *Constructing Mathematical Knowledge* (Ernest 1994), poněkud jiný přístup ke konstruktivismu popisuje Štech ve výše zmíněné publikaci. V dalším vyložím stručně své současné stanovisko k této problematice. Rozumím-li věci správně, jde o otázky, které podrobně rozebírá J. Slavík ve své monografii *Od výrazu k dialogu ve výchově* (Slavík 1997).

Základní charakteristickou vlastností konstruktivistického přístupu k vyučování je myšlenka, že učitel především rozvíjí dosaavadní zkušenosti a představy žáků, zatímco v klasické výuce se zpravidla o duševní svět žáků příliš nezajímá a předkládá žákům didakticky zpracovanou část světa kultury, určitý úsek „vědy“. Pro konstruktivistické přístupy jsou důležité diskuse o žákovských představách a jejich postupné sladění s pojmovým světem příslušné disciplíny.

V Slavíkově terminologii znamená konstruktivistické pojetí výuky důraz na to, aby učitel ukázal žákům jejich vlastní prekoncepty, aby „přivedl prekoncepty k řeči“, a tak vyvolal dialog mezi žáky, který by odhalil případné rozpory mezi jejich prekoncepty. Na základě zjištěných rozdílů, které bývají pro žáky velice motivující, se rozvíjí socio-kognitivní konflikt. Žáci pak při jeho řešení společně dospívají k novému poznání. K tomu jim učitel dopomáhá tím, že jim přibližuje určité pojmy, postupy a poznávací strategie.

Podle mého názoru by měly vzdělávací proces silněji než dosud ovlivnit příklady rozvíjení mateřského jazyka a badatelské činnosti. Cesta školského poznávání by měla spočívat v rozvíjení představ v duševním světě žáků a studentů a v osvojování si pojmů světa kultury. J. Bruner poznamenává, že je „překvapující, jak rychle přeskakuje mládež propast oddělující Popperův subjektivní svět 2 od objektivního světa 3“ (Bruner 1996, s. 63). Vzdělávací proces probíhá v prostředí fyzikálního světa a je účelné i v matematice využít všechny dostupné prostředky světa 1, které usnadňují poznání. Mimo podněty motivační skýtá fyzikální svět prostor pro modely, reprezentace a popisy, které by měl učitel co nejúčelněji konstruovat a využívat. To je jeden ze zdrojů aktivního působení na žákův duševní svět. Druhým zdrojem působení na žáka je svět kul-

tury, v němž jsou zformulovány příslušné pojmy, ideje, teorie, celá věda, kultura, výsledky duševní produkce lidstva. Tyto dva velké zdroje působí na duševní svět žáka, který tak získává zkušenosti, vytváří si představy, formuluje názory a nápady, konstruuje si svůj duševní svět, který při dobrém vedení je blízký části světa kultury.

Učitel předloží, uvede, naznačí... otázku, problém, příklad... ze světa 1 (fyzikální svět) nebo ze světa 3 (svět kultury) a snaží se vzbudit zájem studentů. V příznivém případě tím probudí aktivní činnost žáků, která vede k dalším otázkám, úlohám, problémům, ale i odpovědím, řešením... Základní pro tuto činnost není reprodukce, ale VHLED, PO-ROZUMĚNÍ. Právě tak jako ve vědě by tedy měl stát i ve vyučování na počátku každé etapy poznání PODNĚT, který může mít charakter otázky, problému, výsledku, modelu, zkušenosti, představy, rozporu... Od tohoto počátku se odvíjí konstrukce poznatků tak, že hlavní je přítom KULTIVACE žákovy duševního světa. Důležité přitom je, že poznávací podněty nejsou zpravidla totožné se základními stavebními kameny disciplíny jako struktury. V matematice tedy patrně nebudeme začínat ani teorií množin, ani logikou. Poznávacími podněty se snažíme aktivizovat žáky tak, aby byli činnými účastníky vzdělávacího procesu. Není přitom důležité, zda matematické poznatky budeme žákovi sdělovat, nebo zda si je bude sám odvozovat. Důležité je, zda probíhá konstrukce vlastního matematického světa ve vědomí žáka, zda student získává vzhled do matematiky. Základem každého skutečného vzdělávání je aktivita subjektu, který se učí. Pasivní žák se v pravém slova smyslu učit nemůže, můžeme ho pouze donutit, aby nerušil, aby si zapisoval, aby dělal, že sleduje výklad, můžeme ho donutit, aby se něco naučil nazpaměť... Pěstování kázně je patrně také významnou složkou práce školy, ale

o tato hlediska v našich úvahách nejde.

Umění učitele spočívá v tom, aby vzdělávací proces nejen vhodně začal, ale hlavně úspěšně rozvíjel. Musí umět přesvědčit žáky, aby se naučili určité algoritmy, vzorce... Je to nutné zpravidla pro to, aby byli připraveni úspěšně řešit problémy. Při takto konstruktivně vedeném vyučování, které můžeme v souladu s *J. Cachovou* nazývat *vyučováním podnětným*, je „*vše dovoleno*“, ale vše ve službě kultivace myšlenkového světa žáka (Cachová 1998). Student obvykle touží po metodě, po algoritmu, ne po důkazu. Je mu často bližší otázka JAK než otázka PROČ. Měli bychom vyhovět jeho zájmu a dát mu potřebné informace. Koneckonců mnoho činností v životě vyžaduje znalost algoritmů bez hlubšího proniknutí do myšlenkových souvislostí. Argumentace a důkazy, o které nemají studenti zájem, vyjdou na plano, nepředvádějme je. Chceme-li na určité úrovni zařazovat do vyučování důkazy, musíme navodit situaci pro to vhodnou. To není lehké, ale je to nutné. Jinak nejenže ztrácíme čas; ztrácíme i důvěru v matematiku. V této souvislosti se mi vybavuje dávná historika *Z. Krygowské*. Učitelka odchází ze třídy spokojena, jak pěkně předvedla žákům důkaz. Studenti hodnotí hodinu zcela odlišně: všem to bylo jasné, jen učitelka pořád dokazovala, že shodné trojúhelníky jsou shodné.

Chceme-li zařadit do vyučování určitá fakta, musíme vysvětlit jejich význam a podstatu. Základem vzdělávání je otázka SMYSLU. Žák musí vidět cíl, musí pocítit smysl vyučování, např. tak, aby to jeho prostřednictvím pocítili i jeho rodiče. Smysl matematického vzdělávání by měl být v rozvíjení kritického myšlení, v kultivaci představivosti a tvořivosti. Ve vyučování matematice bychom měli především pěstovat čtyři umění (umění počítat, umění vidět, umění sestavovat a umění dokazovat) a v souvislosti s nimi postupně poznávat i matematické struktury.

Nadpis čtvrté části tohoto článku zní stejně jako název *Brunerovy práce* z roku 1963 (Bruner 1965). Ačkoliv byla tato kniha v době, kdy vyšel její český překlad pro mne velmi inspirující, nemohu dnes souhlasit s jednou její tezí: „*Průběh duševního vývoje (dítěte) má často blíže k axiomatickému uspořádání učebního předmětu než historický vývoj pojmů v dané oblasti vědy*“ (Bruner 1965, s. 48).

Pro axiomatické uchopení předmětu je přece charakteristické vydělení základních vlastností disciplíny a její logické uspořádání. Pro duševní vývoj dítěte je přirozený globální přístup, který nerespektuje ani problémy terminologické, ani otázky logické. Rozvoj dětské řeči na straně jedné a první fáze badatelské činnosti na straně druhé jsou procesy, které probíhají podobně.

Vřele souhlasím s výklady *J. Slavika* o charakteru vědy (Slavík 1999, s. 224), nemohu však souhlasit s jeho názorem, že vědecké texty „*jsou záznamem myšlení*“. Tyto texty (např. matematické definice, věty, důkazy...) jsou záznamem výsledků myšlení, nikoliv myšlení samotného. Z definice nepoznáme, jaké myšlenkové pochody vedly autora k jejímu přijetí, důkazy vět jsou obvykle formulovány zcela jinak, než „*jak byly vymyšleny*“. Autor nepíše zpravidla o svém duševním světě, ale snaží se rozšířit svět kultury, *Popperův svět 3*. Do tohoto světa přirozeně nepatří popis myšlenkových procesů, nápadů, omylů a postupů, pomocí nichž autor k výsledkům došel. Existují ovšem výjimky: autoři, kteří své myšlení explicitně vykládají, např. kanadský lékař *H. Selye* (Selye 1975) nebo francouzský matematik *J. Hadamard* (Hadamard 1973).

Příkladem negativního ovlivnění vzdělávacího procesu axiomatickými zřeteli bylo množinové pojetí geometrie, které se u nás realizovalo v rámci tzv. „*modernizace vyučování matematice*“ od školního roku 1976–1977.

Přilišná orientace vzdělávacího procesu na jazyk může vést k formálním vědomostem, možná již proto, že „*pro vědce jsou slova nástrojem pomocným*“ (Holub 1988, s. 70).

S rolí jazyka ve vyučování souvisí otázka zavádění pojmů definicemi. „*Privčas provedená definícia je najčastejším zárodkom pojmotvorných deformácií*“ (Hejný 1988, s. 32). Pokušení rozvíjet jazyk matematiky místo matematiky samé je dobře známé ze školní praxe. Takovéto postupy se mohou jevit jako prospěšné, neboť jsou zpravidla rychlé a přehledné, žel obvykle formální. Jako příklad můžeme uvést definici relace na množině M jako libovolné podmnožiny kartézského součinu $M \times M$.

Paradigma osvojování si mateřského jazyka dítětem a paradigma badatelské práce vedou k dvěma myšlenkovým liniím charakteristickým pro konstruktivistické vzdělávací přístupy.

První linie se týká rozporu mezi „*hotovým jazykem vědy*“ a „*rodící se*“ jazykovou kompetencí žáka. Jazyk vědy by si měl žák osvojovat postupně podobně jako jazyk mateřský, na základě zkušeností s ním, na základě jeho používání a s přesvědčením, že je pro něho osobně užitečný.

Druhá linie se týká přirozených rozdílů ve zkušenostech a představách jednotlivých žáků o též tématu na straně jedné a hotové poznatkové struktury na straně druhé. Řešení těchto problémů, tohoto socio-kognitivního konfliktu, je podstatnou složkou každého neformálně pojatého vzdělávacího procesu.

Obě zmíněné linie se ovšem v praxi školy navzájem ovlivňují a prolínají. Poznání je tak konstruováno v dialogu mezi žáky a mezi učitelem a žáky.

5. Závěry

Základem tradičního vyučování matematice je didakticky zpracovaná část

hotové matematiky. Snahou školy je předat ve srozumitelné formě studentům část matematické struktury. Pro poznávací proces ve vědě jsou podstatné otázky, příklady, souvislosti. Základní otázka didaktiky matematiky pro mne zní: Nakolik se má vzdělávací proces inspirovat skutečným poznávacím procesem? Nakolik má školu ovlivnit proces vzniku nových poznatků, tedy např. konstrukce matematiky? Jsem přesvědčen, že pouze rozumný zřetel k fylogenezi může ovlivnit vzdělávací proces a tedy ontogenezi.

Pokusme se realizovat v praxi všude, kde je to možné, konstruktivní přístupy k vyučování. Jde o metody, které by měly přiblížit vzdělávací proces procesu poznávacímu, školu životu. Nijak přitom neskrývám, že realizace těchto idejí v praxi je náročná na práci učitele, jsem však přesvědčen, že promýšlení těchto otázek a jejich aplikace v praxi je užitečná.

Literatura:

- AJVAZ, M.: Tajemství knihy. Brno, Petrov 1997.
- BERTRAND, Y.: Soudobé teorie vzdělávání. Praha, Portál 1998.
- BOURBAKI, N.: Eléments d'histoire des mathématiques. Ruský překlad. Moskva 1963.
- BRUNER, J.: The Culture of Education. London, Harvard University Press 1996.
- BRUNER, J.: Learning and Thinking. Vital Issues in American Education. New York, Bantam 1964.
- BRUNER, J.: Vzdělávací proces. Praha, Státní pedagogické nakladatelství 1965.
- CACHOVÁ, J.: Konstruktivní přístupy k vyučování a „Investigating teaching“ B. Jaworské. Matematika – fyzika – informatika, 8, 1998, č. 8.
- DOIG, B.: The World of Mathematics that Emerges from the Child's Experience at School. International Elementary Maths

- Teaching. Proceedings. Praha, Karlova Univerzita 1999.
- GADAMER, H.-G.: Člověk a řeč. Praha, Oikumené 1999.
- HADAMART, J.: The Mathematicians's Mind. New Jersey, Princeton University Press 1973.
- HEJNÝ, M.: Budování geometrických conceptů. Sedmé setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol. JČMF. Mariánské Lázně 2000.
- HEJNÝ, M. a kol.: Teória vyučovania matematiky 2. Bratislava, Slovenské nakladateľstvo 1989.
- HEJNÝ, M. – KUŘINA, F.: Konstruktivní přístupy k vyučování matematice. Matematika – fyzika – informatika, 1990, č. 7.
- HEJNÝ, M. – KUŘINA, F.: Tři světy Karla Poppera a vzdělávací proces. Pedagogika, 50, 2000, č. 1, s. 38–50.
- HEJNÝ, M. – SLAVÍK, J.: Didaktické dominanty. Hledání učitele. Praha, Univerzita Karlova 1996.
- HEJNÝ, M. – STEHLÍKOVÁ, N.: Číselné představy dětí. Praha, Univerzita Karlova 1999.
- HOLT, J.: Proč děti neprospívají. Praha, Strom 1994.
- HOŠPESOVÁ, A. – TICHÁ, M. – KUŘINA, F.: Jak hodnotí žáci třetích ročníků školu. V tisku.
- HOLUB, M.: Maxwellův démon čili o tvořivosti. Praha, Československý spisovatel 1988.
- KUŘINA, F.: Perspektivy vyučování geometrie. Sedmé setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol. JČMF. Mariánské Lázně 2000.
- LINDNER, G.-A.: Výbor z díla. Praha 1983.
- MAREŠ, J.: Styly učení žáků a studentů. Praha, Portál 1998.
- PÍTHA, P.: Hledání učitele. Praha, Univerzita Karlova 1996.

- POLYA, G.: Mathematics Promotes the Mind. Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education. Boston, Birkhäuser 1983.
- POPPER, K.: Život je řešení problémů. Praha, Mladá fronta 1998.
- PŮLPÁN, Z. – KUŘINA, F. – KEBZA, V.: O představivosti a její roli v matematice. Praha, Academia 1992.
- SELYE, H.: K záhadám vědy. Praha, Orbis 1975.
- SKALKOVÁ, J.: Aktuální aspekty rozvíjení didaktického myšlení. Pedagogika, 46, 1996, č. 3, s. 209–213.
- SKALKOVÁ, J.: Za novou kvalitou vyučování. Brno, Paido 1995.
- SKULA, L.: Velká Fermatova věta a nejednoznačnost rozkladu celého čísla na prvočinitele. Sedmé setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol. JČMF. Mariánské Lázně 2000.
- SLAVÍK, J.: Pojem koncept v autonomním pojetí výchovy. Pedagogika, 45, 1995, č. 4, s. 328–338.
- SLAVÍK, J.: Umění, věda a poznávání ve škole. Pedagogika, 49, 1999, č. 3, s. 220–235.
- SLAVÍK, J.: Od výrazu k dialogu ve výchově. Praha, Karolinum 1997.
- SOKOL, J.: Je škola v krizi? Hledání učitele. Praha, Univerzita Karlova 1996.
- SOKOL, J.: Antropologie výchovy a vzdělání. Pedagogika, 50, 2000, č. 2, s. 121–125.
- STRAKOVÁ, J. – TOMÁŠEK, V. – PALEČKOVÁ, J.: Třetí mezinárodní výzkum matematického a přírodovědného vzdělávání. Souhrnné výsledky žáků 8. ročníků středních škol. Praha, Výzkumný ústav pedagogický 1996.
- STRAKOVÁ, J. – TOMÁŠEK, V. – PALEČKOVÁ, J.: Třetí mezinárodní výzkum matematického a přírodovědného vzdělávání. Souhrnné výsledky žáků posledních ročníků středních škol. Praha, Výzkumný ústav pedagogický 1996.
- ŠAMŠULA, P.: Umění – prostředek, předmět či princip vzdělávání. Hledání učitele. Praha, Univerzita Karlova 1996.
- ŠTECH, S.: Křivá huba, nebo křivé zrcadlo? Pedagogika, 50, 2000, č. 2, s. 117–120.
- ŠTECH, S.: Škola stále nová. Praha, Univerzita Karlova 1992.
- Transmise kultury a škola. Francouzský ústav pro výzkum ve společenských vědách. Praha 1998.
- VOPĚNKA, P.: Smysl matematiky. Mezinárodní konference kateder matematiky fakult připravujících učitele matematiky. Liberec, TU Liberec 2000.