

Matematika jako struktura nebo matematika jako složka kultury?

FRANTIŠEK KUŘINA

Anotace: Co je matematika? Jaký vliv má současná matematika na vyučování matematice? Matematika jako struktura, matematika jako metoda, matematika jako jazyk a matematika jako složka kultury. Otázky reprezentace u Komenského a Brunera. Nástin pojmu didaktická struktura předmětu a příklad didaktické struktury geometrie.

Klíčová slova: matematika, vyučování matematice, struktura, metoda, jazyk, didaktická struktura, didaktická struktura geometrie.

ÚVOD

Co má být obsahem vyučování matematice na základní a střední škole?

Jak učit matematice, aby vyučování bylo efektivní?

Je matematika předmětem pro všechny, nebo jen pro část populace?

Tyto a řadu dalších otázek řeší každá společnost, každá generace pedagogů. Každá společnost na tyto otázky v praxi odpovídá. Podíváme-li se jen letmo na naši současnou praxi a výsledky výchovněvzdělávací práce naší školy, nemůžeme být podle mého názoru spokojeni. Matematice se u nás všichni učí, v podstatě všichni na stejné úrovni na základní a všichni na stejné úrovni na střední škole, výsledky jsou však do značné míry formální a neodpovídají vynaložené námaze a času.

Problémy vyučování matematice mají — aspoň v tomto století — mezinárodní ohlas. Je to jistě dáno charakterem matematiky a jejím významem pro společnost, pro rozvoj vědy, techniky a kultury vůbec. V současné době existuje řada regionálních nebo celosvětových institucí, které se problematikou matematického vzdělávání zabývají. Nejvýznamnější z nich je patrně ICMI (International Commission on Mathematical Instruction), která sdružuje 59 zemí z celého světa a pořádá každé 4 roky kongresy. Kromě toho existuje značný počet skupin, které studují problematiku vyučování matematice z určitých hledisek.*

* CIEAEM (Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques; tato komise pořádala v roce 1990 již 42. celosvětovou konferenci), PME (International Group for the Psychology of Mathematics Education, 15. konference v roce 1991) a ICTMA (International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications, 5. konference v roce 1991). Potěšitelné je, že se vytváří tradice mezinárodních konferencí o vyučování

matematice u nás. (Univerzita Karlova v Praze uspořádala již druhý ročník setkání Conference on Didaktical Problems a první ročník konference SEMT (Symposium Elementary Math Teaching), MFF Komenského Univerzity v Bratislavě zorganizovala již 2. ročník konference BISME (Bratislava International Symposium on Mathematics Education).

Bylo by ovšem naivní se domnívat, že lze podstatně přispět ke zlepšení vyučování matematice u nás jen na základě studia zahraničních zkušeností, nebo že lze dokonce některý zahraniční projekt převzít. Naopak. Při studiu zahraniční literatury jsem si uvědomil, jak hluboce je i vyučování matematice svázáno s příslušnou kulturou a jak z druhé strany se nám jeví některé postupy, na něž jsme si zvykli a považujeme je za správné, ve srovnání se zahraničními výsledky jako nevhodné. Přitom jsem přesvědčen, že i my můžeme přispět aspoň ve skromné míře k zlepšení vyučování matematice ve světě.

V minulosti postrádaly některé reformy vyučování matematice u nás prováděné hlubší teoretický rozbor, zhodnocení výchozího stavu a předpokládaných výsledků. V tomto příspěvku bych se chtěl proto zamyslet, na základě studia literatury a vlastních didaktických zkušeností nad některými základními otázkami vyučování matematice.

O MATEMATICE

Nakolik může nebo má ovlivnit současná matematika jako věda vyučování matematice na základní a střední škole?

To je velmi důležitá otázka, neboť podle odpovědi na ni může být konstruován obsah školské matematiky mnoha různými způsoby.

Ačkoliv se patrně školská matematika od matematiky — vědy neustále vzdaluje, bude snad účelné připomenout si několik pohledů na matematiku jako vědeckou disciplínu.

Chce-li si dnes učitel matematiky učinit představu o tom, jaké problémy řeší současná matematika, zjistí, že jeho vzdělání nestačí k pochopení převážné většiny z nich. Můžeme se o tom přesvědčit z článku P. R. Halmose⁶ o tom, jak se změnila matematika za posledních 75 let. Vzhledem k tomu, že školská matematika je a patrně i nadále bude elementární matematikou, vyznívá Halmosova poznámka „V matematické vědě zřídka najdeme něco, co by bylo současně zajímavé i elementární“, pro nás učitele dost smutně. Dnes patrně nelze očekávat, že by se tvůrčí matematici začali hlouběji a systematictěji zajímat o didaktické otázky. Tyto problémy nejsou pro ně zajímavé. To je nová skutečnost. Z historie vyučování matematice víme, že dříve tomu tak nebylo. Didaktickými problémy se zabýval např. významný německý matematik Felix Klein i naši akademici Bohumil Bydžovský a Eduard Čech.

N. Bourbaki charakterizuje v knize¹ matematiku jako „město, jehož předměstí se chaoticky rozrůstají, zatímco jeho centrum se neustále rekonstruuje tak, aby bylo co nejlépe uspořádáno. Přitom staré čtvrti s labyrinty uliček se boří, centrum je s předměstími spojováno přímými, širokými a co nejvhodnějšími ulicemi“.

Na exkurzi do předměstí tohoto matematického města se jistě s žáky vydat nemůžeme. Je ovšem otázka, zda se může školská matematika poučit z nově vybudovaného centra, které Bourbaki chápe jako matematickou strukturu, tj. množinu spolu se systémem relací, jejichž vlastnosti jsou popsány v soustavě axiomů.

Podle E. Snappera „dělat matematiku znamená mentálně tvořit matematické struktury a dokazovat o těchto strukturách věty“¹³.

Matematika jako hierarchie struktur je tedy jedna z možností, které se nabízejí jako základ budování školské matematiky. K této problematice se vrátíme. Výstižné poučení o pojmu matematická struktura může čtenář najít v knize¹⁴.

Předmět matematiky vymezený jako „různé matematické struktury“ je ovšem málo konkrétní. P. Vopěnka zdůrazňuje ve stati¹⁵, že „pokusy definovat matematiku z hlediska

jejího předmětu jsou příliš vázány na okamžitý stav a nemají naději na velkou životnost ... Specifikum matematiky nespočívá v jejím předmětu (matematika nemá vlastní předmět), ale v její metodě Matematika je metoda předpovídání pomocí formálních kalkulů.“

Tato charakteristika matematiky je podle mého názoru didakticky velmi cenná, neboť umožňuje ukázat výrazný rys matematiky na libovolné úrovni žáků, orientuje školu na aplikace matematiky a na potřebu zvládnout dobře potřebné formální kalkuly. Matematika tak má charakter jakési ideální techniky (jak zdůrazňují někteří sovětské autoři) a pro techniku je rozhodující, zda správně funguje.

Matematika je ovšem i jazykem popisů jevů okolního světa, nástrojem pro jejich modelování. Z tohoto hlediska je významnou složkou lidské kultury.

P. R. Halmos klade v článku⁷ otázku „V čem je skutečné jádro matematiky? V axiómech, ve větách, v důkazech, v pojmech, v definicích, v teoriích, ve vzorcích, v metodách? Matematika by jistě nemohla existovat bez těchto součástí, jsou všechny podstatné. Nicméně já si vážně myslím, že žádná z nich není jádrem matematiky, že hlavní oprávnění matematikovy existence je v řešení problémů, a že skutečným jádrem matematiky jsou problémy a jejich řešení.“

Matematika je tak jednotícím prvkem vědy, je významnou lidskou aktivitou s vybudovanými a fungujícími institucemi (školami, časopisy, ...).

O VYUČOVÁNÍ MATEMATICE

Přístup ke školské matematice inspirovaný bourbakistickým pojetím matematiky je velmi lákavý.

Můžeme začít s co nejjednodušší strukturou, např. s libovolnou množinou, na ní konstruovat množinu všech jejích podmnožin, základní relace „být prvkem“ a „být podmnožinou“ a postupně relace další. V geometrii se nabízí hierarchie struktur podnícená např. Hilbertovou soustavou axiómů:

- struktura incidence,
- struktura uspořádání,
- struktura shodnosti, ...

Tento přístup k výuce se ukázal v praxi jako nevyhovující. U nás byl v určité modifikaci realizován např. na prvním stupni základní školy v poslední naší reformě.

Přirozená čísla byla zavedena jako kardinální čísla konečných množin, spíše než pro potřeby řešení úloh koncipovaná aritmetika zdůrazňovala strukturální pohledy ($2 + 3 = 3 + 2$), zcela proti přirozenému způsobu zavedení např. součinu $2 \cdot 3$ jako součtu $3 + 3$ se zaváděl součin dvou přirozených čísel jako počet prvků kartézského součinu dvou množin, tedy jako počet prvků množiny všech uspořádaných dvojic, které v mnohých případech nebylo možno ani přirozeným způsobem vymodelovat (viz např. obr. 1 sestrojený podle učebního textu⁹).

Geometrie byla budována na modifikované Hilbertově soustavě axiómů s primitivními pojmy bod, úsečka a incidence. Množinový přístup ke geometrii znamenal, že dítě má vycházet z představy o bodu a prostoru jako množině bodů a na základě těchto představ mají být zaváděny všechny další pojmy. Např. trojúhelník je podle metodického textu¹⁰ zaveden takto (viz obr. č. 2):

Jsou dány 3 body A, B, C, které neleží v přímce. Trojúhelník ABC se nazývá množina všech bodů X prostoru, že X náleží úsečce AY a zároveň bod Y náleží úsečce BC.

Protože se autoři snažili zavádět všechny pojmy názorně, a u nás učen v prvním ročníku se jim to dobře dařilo, bylo nutné zpřístupnit žákům prvky „geometrických“ množin, t.j. bodů např. kuličkami, plastickou hmotou atp. Tím vznikaly představy, které jsou zcela

v rozporu se základními vlastnostmi přímky jako množiny bodů (mezi každými dvěma různými body leží nekonečně mnoho bodů).

Matematika byla sice konstruována v jistém smyslu od jednoduchého ke složitějšímu, byla však zcela odtržena od zkušeností dětského světa.

Může strukturální pojetí matematiky ovlivnit pojetí školské matematiky?

Matematika jako struktura je výsledkem procesu uspořádávání učiva (onoho přebudování chaotického města, jak o něm obrazně mluví Bourbaki), její axiomy však charakterizují hotovou matematickou disciplínu. Jsem přesvědčen, že logická struktura vědy, s jejími základními pojmy, základními vlastnostmi a posloupností zaváděných pojmů a dokazovaných vět, tedy logická struktura vybudované vědní disciplíny, není strukturou procesu poznávání této disciplíny. Důvody proto jsou minimálně dva.

1. Logická struktura disciplíny není určena jednoznačně. Např. přirozená čísla můžeme zavést jako čísla kardinální, jako čísla ordinální, jako prvky Peanovy množiny atp. Tyto přístupy jsou z matematického hlediska v podstatě ekvivalentní, nejsou však rovnocenné z hlediska vzdělávacího. Kdyby byla logická struktura disciplíny určující, mohli bychom pro školskou praxi zvolit libovolný z nich. Podobně je tomu i u geometrie, přičemž např. Hilbertův přístup ke geometrické axiomatice je podstatně jiný než např. přístup Birkhoffův.

2. Logická struktura disciplíny nerespektuje ani otázky duševní úrovně dítěte (tedy toho, kdo se s disciplínou seznamuje), ani otázky aplikability zaváděných pojmů a postupů v praxi.

Ze strukturálního hlediska je např. důležité, zda algebraická operace je asociativní, komutativní, ... zda jde o grupu, těleso, ..., zpravidla však již nejsou pro konstrukci struktury významné otázky praktického provádění početních operací, názornosti zaváděných pojmů,

Tím se dostáváme k důležité otázce tzv. reprezentace, kterou si logická struktura disciplíny vůbec neklade. Protože se této problematice u nás věnovalo dosud málo pozornosti, všimněme si jí poněkud podrobněji.

Základní myšlenky o reprezentaci formuloval již Komenský v Didaktice analytické¹¹:

„Míti znalosti znamená dovést něco zobraziti, ať už myšlenkou, rukou či jazykem.

Všechno totiž má svůj původ v zobrazování, to je ve vytváření podob a obrazů skutečných věcí. Kdykoli totiž smyslem vnímám nějakou věc, vtiskuje se mi její obraz do mozku. Kdykoli vytvářím podobnou věc, vtiskuji její obraz hmotě. A když jazykem oznamuji to, co si myslím nebo tvořím, vtiskuji představu téže věci vzduchu a vzduchem do uší, mozku a mysli osoby druhé. Prvnímu způsobu zobrazování říkáme věděti, druhému a třetímu způsobu zobrazování říkáme uměti.

I. Nic neznáme bez průvodního obrazu.

II. Nic neznáme leč zobrazováním.

III. Nic neznáme bez nástroje nebo schopnosti, umožňující zobrazování.“

Je pozoruhodné, že po 320 letech vyjadřuje známý americký psycholog J. S. Bruner na XVIII. Mezinárodním psychologickém kongresu v Moskvě myšlenky velmi podobné²:

„Nejdůležitějším pojmem při studiu procesu rozvoje intelektu je idea reprezentace Jevy můžeme reprezentovat pomocí činností, s nimiž jsou bezprostředně svázány, nebo pomocí zobrazení, nebo pomocí slov či jiných symbolů Jde tedy o reprezentace činností, ikonické a symbolické Jsem přesvědčen, že intelektuální rozvoj dítěte je nutno chápat jako proces zvětšování vlády individua nad prostředím pomocí různých způsobů reprezentace.“

Termínem reprezentace, který odpovídá anglickému „representation“ a ruskému „представление“ budeme tedy rozumět v souladu s citovanými autory odraz jevů okolního světa v činnostech, jazycích nebo vědomí člověka.

Otázky reprezentace nejsou ovšem jen otázkami jazyka; reprezentace může výrazně ovlivnit i pojetí disciplíny. Např. žádná z teorií přirozených čísel se obvykle nezabývá

otázkou zápisu čísel, např. otázkou číselné soustavy. A přitom jsou tyto otázky zásadně důležité pro praxi (např. počítání s římskými číslicemi a počítání v desítkové soustavě). Desítková soustava hraje velmi významnou roli při zavádění přirozených čísel a aritmetika si těchto otázek v podstatě nevšímá. Podobně je zásadně důležitá otázka reprezentace přirozených čísel na počítadle a číselné ose nebo reprezentace racionálních čísel čísly desetinnými, např. na kalkulačce.

Geometrie může být přirozeným způsobem zaváděna na prvním stupni základní školy na základě činnosti reprezentace prostoru hrou s krychlemi, mosaikami a rýsováním. Jen tak geometrie přestane být verbálním a formálním předmětem. K těmto otázkám se ještě vrátíme.

DIDAKTICKÁ STRUKTURA

Každá vědecká disciplína vzešla z potřeb praxe lidské společnosti v průběhu dlouhého historického vývoje. Tuto skutečnost znázorníme na schématu z obr. 3 šipkou LV.

Tradiční vyučování spočívá obvykle v tom, že předáváme část hotové odborné disciplíny, část hotové vědy, žákům. Takovýto proces má v podstatě charakter překladu jistého souboru poznatků z jazyka vědy do jazyka, který by byl srozumitelný žákům. Z toho ovšem vyplývá, že vyučování je velmi vzdáleno lidskému poznání a má velmi často verbální charakter. Tento postup je na schématu označen šipkou VP (transformace vědecké disciplíny do vyučovacího předmětu). Začátkem šedesátých let vzniklo ve Spojených státech pod vedením J. S. Brunera hnutí, které silně zdůrazňovalo možnost zlepšení vyučování všem předmětům přizpůsobením procesu výuky procesu objevování, procesu vědecké práce. Přitom byl velmi vyzdvihován význam struktury příslušné vědní disciplíny. Považuji nadšení Brunerových stoupenců, které je dobře popsáno např. v knize¹, za diskutabilní. Doufám, že práce každého žáka může být prací vědce, že se žák během jednoho dopoledne stane matematikem, fyzikem, biologem a jazykovědcem je patrně nerealistické. Konečně negativní reakce americké veřejnosti na strukturalisticky pojatou modernizaci výuky tento názor potvrzuje. Přesto jsem však přesvědčen, že vyučování by mělo být výrazněji přiblíženo procesu poznání v lidské společnosti. Nemělo by se však opírat jen o strukturu vědy, ale i o historii jejího vývoje, otázky vyučování by měly být spojovány s problémy života žáka. Takováto „realistická výuka“ (označená na obrázku šipkou LP) by mohla a měla být uskutečňována na každé úrovni práce školy, přičemž by patrně bylo nutné diferencovat výuku podle zájmu žáků a potřeb jejich přípravy pro budoucí život. Takovýto přístup k výuce můžeme považovat za trend, který dnes v různých formách zdůrazňují mnozí autoři.

Např. H. Freudenthal charakterizuje v práci² poznávací proces u dítěte jako strukturalizaci, jako odhalování „chudých“ struktur ve strukturách „bohatých“. To je přirozeně protiklad Brunerovy strukturalizace inspirované v matematice bourbakistickým přístupem.

M. Hejný zdůrazňuje v práci³ ještě další významnou stránku vyučování, totiž otázku, jak může „znalost generické struktury předmětu“ (např. geometrie) ovlivnit „kognitivní strukturu žáka“. Je třeba „odhalit vztahy mezi činnostmi žáka a jejich vlivy na rozvoj jeho vědomostí a schopností“.

Základní úkol koncepce vyučování matematice (a patrně libovolného jiného předmětu z oblasti přírodních věd) spočívá podle mého názoru ve vypracování tzv. didaktické struktury předmětu. Didaktickou strukturou (DS) matematiky rozumím stanovení základních didaktických přístupů ke vzdělávání, které by respektovaly minimálně tyto pohledy (obr. 4):

1. Strukturu matematiky jako vědy (S)
2. Metody získávání výsledků v matematice (M)
3. Vytváření jazyka matematiky, rozvíjení představivosti a metod řešení úloh (složky kultury, K)

4. Zájmy a možnosti dítěte (D)

5. Potřeby praxe (P).

O prvních třech přístupech jsme se již zmínili. Respektovat zájmy a možnosti dítěte a společnosti je zásadně důležité. Učení bez dlouhodobé motivace vyzní nutně neefektivně. Tuto stránku vzdělávání zdůrazňoval velmi výstižně již např. J. Dewey v práci⁴:

„Původem myšlení jsou jistě rozpaky, zmatek nebo pochybnosti. Myšlení není žádným spontánním spalováním, nedochází k němu na základě nějakých „obecných principů“. Vždy existuje něco, co je způsobuje a vzbuzuje. Všeobecné naléhání na dítě (nebo na dospělého), aby myslelo bez ohledu na existenci nějaké obtíže v jeho vlastní zkušenosti, obtíže, která je trápí a ruší jeho rovnováhu, je stejně nicotné jako rada, aby se samo vyzdvihlo pomocí svých tkaniček u bot.“

Otázka aktivní účasti žáka v procesu vzdělávání je neustále vážným problémem. Poukázáním na potřeby praxe, přičemž tím vůbec nemyslíme výrobní praxi, ale nutnost přípravy žáka pro jeho budoucí studium, případně povolání, se dostáváme k prakticky důležitému problému diferenciaci výuky, která souvisí s organizací školního vzdělávání a řešení mnoha praktických otázek, včetně organizace školního vyučování, počtu žáků ve třídě, literatury pro individuální práci atp.

Uvedme na závěr tohoto odstavce příklad didaktické struktury geometrie pro základní školu, který byl jako hypotéza zpracován v Kabinetu pro didaktiku matematiky Matematického ústavu ČSAV v Praze.

Vyučování geometrii na základní škole by se mělo opírat o tyto principy:

I. Dělení prostoru na části

S tímto principem se dítě seznamuje od nejútlejšího věku. Byt je rozdělen na jednotlivé místnosti, hřiště je rozděleno na části, stránka sešitu na řádky, Dělení prostoru na části je „pojmotvorný princip“. Uzavřená lomená čára, která sama sebe neprotíná, dělí rovinu na dvě části, z nichž jedna je mnohoúhelník, podobně kružnice vyděluje z roviny kruh, bod dělí přímku, na níž leží, na dvě polopřímky, přímka dělí rovinu na dvě poloroviny, atp. Princip odpovídá rovněž činnostní, ikonické a konečně i symbolické reprezentaci pojmů a lze ho vysledovat v mnoha axiomatických systémech.

II. Vyplňování prostoru

Také tento princip odpovídá praktickým zkušenostem dítěte z mnoha dětských her (stavby z krychlí, mozaiky, ...), z kreslení, souvisí s řadou praktických činností člověka (dláždění, stavby cihel, ...). Vyplňování prostoru je propedeutikou mnoha matematických pojmů (délka úsečky, obsah útvaru, objem tělesa).

III. Pohyb v prostoru

Od fyzikálního pohybu (vysouvání zásuvky, posouvání pravítka, otevírání dveří, otáčení ručičky na hodinách, ...) můžeme přejít k rýsování geometrických útvarů (úsečka, kružnice, ...), k poznávání nejkratší spojnice dvou bodů a ke kinematickému vytváření dalších geometrických útvarů (koule, válec, kužel, úhel, ...). Dělení a vyplňování prostoru se obvykle realizuje pohybem v prostoru. Ačkoliv pohybové geometrické axiomy jsou poměrně nového data, hrály představy o přemístění odedávna v geometrii významnou roli (shodnost trojúhelníků, ...).

IV. Dimenze v prostoru

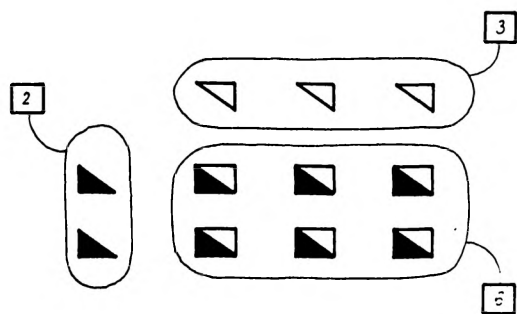
Geometrii je účelné začít studovat pomocí těles v trojdimenzionálním prostoru (stavby z krychlí, ...). Přitom je mnoho příležitostí k rozvíjení geometrické představivosti žáků, zvláště v souvislosti s poznáváním trojdimenzionálních těles, jejich sítí a průmětů. Od

počátku je možné rozvíjet představy o velikostech geometrických tvarů (délka úsečky, obsah obrazce, objem tělesa).

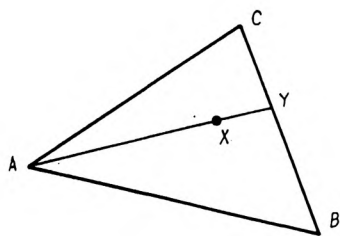
ZÁVĚRY

V historii vyučování matematice můžeme vystopovat opětovné snahy o nalezení královské, tj. bezpracné cesty k matematice. Neúspěšné úsilí o bezprostřední poznání hierarchie matematických struktur je toho jedním z dokladů. Na základě svých didaktických zkušeností jsem přesvědčen, že královská cesta k matematice nejen že neexistuje, ale že je dobře že neexistuje. Cesta k matematice je patrně jediným efektivním způsobem jak se matematice naučit. Nejde o to, aby tato cesta byla bezpracná, jde o to, aby byla zajímavá a poučná, aby byla školou matematiky. Důležité patrně je, abychom si na každé úrovni vyučování matematice uvědomovali, oč usilujeme a snažili se o maximální využití možností jednotlivých odvětví matematiky na příslušných stupních školy. Na každé úrovni by měly být jasné cíle vyučování matematice, a to jak v oblasti matematických dovedností a vědomostí, tak i v rozvíjení matematické kultury a metodologie (klasifikace jevů, řešení úloh, představivost, zobecňování, definování, dokazování, ...), měli bychom mít jasno i v otázkách, čím a jak přispívá matematika k různým oblastem lidské aktivity.

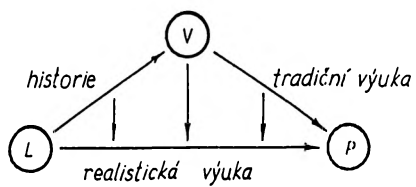
Matematika je složkou lidské kultury. Měla by pomáhat člověku v jeho orientaci v kvantitativních, ale i kvalitativních vztazích světa, v němž žije, v rozvíjení jeho poznávacích schopností.



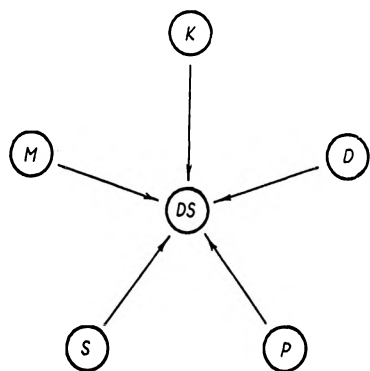
Obr. č. 1



Obr. č. 2



Obr. č. 3



Obr. č. 4

LITERATURA

- 1 Bourbaki, N.: *Eléments d'histoire des mathématiques*. Ruský překlad, III., Moskva, 1963.
- 2 Bruner, J. S.: *The Growth of Representational Processes in Childhood*. In Psychologija poznaniija, Moskva, 1977.
- 3 Bruner, J. S.: *Vzdělávací proces*. SPN, Praha, 1965.
- 4 Dewey, J.: *Haw We Think*. In Americká pragmatická pedagogika, SPN, Praha, 1991.
- 5 Freudenthal, H.: *Structures scientifiques et structure de la science — qu'est-ce qu'elles signifient dans le développement cognitif dans l'enseignement?* Pracy z dydaktyki, III, WSP, Kraków, 1986.
- 6 Halmos, P. R.: *Has Progress in Mathematics Slowed Down?* Český překlad, Pokroky, 5, 1991.
- 7 Halmos, P. R.: *The Hearth of Mathematics*. Český překlad, Pokroky, 5, 1982.
- 8 Hejný, M., Gatial, J.: *Vieme ako treba vyučovať geometriu?* Pokroky, 4, 1988.
- 9 Kabele, J., Janků, M.: *Matematika 3*. SPN, Praha, 1978.
- 10 Kabele, J., Janků, M.: *Metodický text pro učitele k učebnici Matematika pro 2. ročník ZŠ*. SPN, Praha, 1976.
- 11 Komenský, J. A.: *Didaktika analyticka*. Samcovo knihkupectví, Praha, 1946.
- 12 Kuřina, F.: *Šestý mezinárodní kongres o matematickém vzdělávání ICME-6*. Pokroky, 2, 1989.
- 13 Snapper, E.: *What Do We When We Do Mathematics?* Český překlad, Pokroky, 5, 1990.
- 14 Šedivý, J.: *O modernizaci školské matematiky*. SPN, Praha, 1969.
- 15 Vopěnka, P.: *Poznámka o současné matematice*. Filosofický časopis, 5, 1971.

FRANTIŠEK KUŘINA

MATHEMATICS AS A STRUCTURE OR MATHEMATICS AS A COMPONENT OF HUMAN CULTURE?

The conception of the school subject mathematics depends on the understanding of mathematics as a scientific field. The main conceptions of mathematics are: mathematics as a structure, mathematics as a method of prediction by means of formal calculi and mathematics as a language of science. The structural conception of mathematics is based on its logical construction and could be the model of mathematics in education, where the pedagogical and psychological aspects are very important. Mathematics is necessary to prepare for specific educational goal or purpose. Mathe-

matics is designed to contribute to the development of those abilities, understandings, attitudes, and behaviour patterns which should be the common experience of all educated people. School mathematics should stress the heritage with which the subject contributes to the development of civilization. All these aspects lead to the didactic structure of school mathematics. The didactic structure of primary school geometry is in my opinion based on these principles: dividing space, filling up space, motion in space and the dimension of space.

Došlo do redakce: 5. 11. 1991

Autor: Doc. RNDr. FRANTIŠEK KUŘINA, katedra matematiky PF Hradec Králové, nám. Svobody 301, 501 91 Hradec Králové