

Matematická věda a počáteční vyučování matematice

JOSEF KITTLER

Anotace: Pozitivní a negativní ovlivňování elementárního matematického vyučování matematickou vědou na základě zkušeností z dvacetiletého výzkumu na pokusných základních školách Matematického ústavu Československé akademie věd.

Klíčová slova: základní struktury v matematice, didaktika matematického vyučování, množinové pojetí, projevy formalismu, teorie přirozených čísel jako čísel kardinálních, počítačové vědy, struktury modulárního vyučování.

Je opravdu nějaká rozumná souvislost mezi současnou matematickou vědou a elementárním matematickým vyučováním? Vždyť matematické vyučování na základní škole bylo po staletí formováno vlastně jen pedagogickou praxí, při čemž didaktici, kteří zkoumali zákonitosti tohoto procesu a vytvářeli — celkem úspěšně — didaktický systém počátečního vyučování, pracovali jen s intuitivní znalostí matematické teorie.

Vyučování na prvním stupni základní školy je považováno za doménu psychologie a pedagogiky. Čím je dítě mladší a čím širších vrstev společnosti se vzdělávání týká, tím větší je váha psychologie ve vyučování jednotlivým předmětům. S rostoucím významem matematiky v životě společnosti se však v posledních padesáti letech na celém světě prosazuje idea podstatně ovlivnit didaktiku elementárního matematického vyučování matematickou vědou, a to především teoretickou aritmetikou a komplexem matematických, logických a technických věd, zformovaným pod názvem „počítačové vědy“. V obou případech jde o vyvolávání změn v obsahu, metodách i prostředcích vyučování.

Co lze z odborných věd a tedy i matematiky do vyučování na prvním stupni základní školy opravdu promítnout, o tom rozhoduje (nebo by mělo rozhodnout řešení) spleti problémů pedopsychologických, pedagogickopsychologických, sociologických, pedagogických a filosofických. Matematická věda je jen jedním z faktorů, které se účastní tohoto řešení.

Po více než dvacetiletých zkušenostech s elementárním matematickým vyučováním na pokusných základních školách Matematického ústavu Československé akademie věd se nám vztah mezi teoretickou aritmetikou (resp. počítačovými vědami) a didaktikou počátečního matematického vyučování jeví takto:

1. ARITMETIKA PŘIROZENÝCH ČÍSEL

Vyučováním si mají mladší žáci osvojit aritmetické a geometrické vědomosti a dovednosti s porozuměním — jen tak mají význam pro jejich rozumový vývoj, pro praxi a pro další matematické vzdělávání. Porozumět předpokládá poznat základní struktury, z nichž je

matematika budována. Pro aritmetiku přirozených čísel jsou základními strukturami především vztahy mezi množinami. Z nich vycházela v souladu s výsledky Piagetových výzkumů dětské inteligence a se strukturalismem francouzských matematiků kruhu Bourbaki školská matematika v padesátých letech, v období tzv. modernizace matematického vyučování.

Jenomže množinové pojetí modernizovaného matematického vyučování sklouzlo někde v praxi k formalismu pouhého neústrojného zavedení množinové terminologie. Ta žákům pochopení matematického poznatku nebo řešení úlohy neusnadňovala, ale spíše i triviální problémy zatemňovala a komplikovala, takže se jevila jako naprosto neužitečná. Dítě se zaměstnávalo ne tak řešením úlohy a tedy myšlením, ale často jen vzpomínáním na množinové fráze, kterými je povinno řešení doprovodit. Množinové pojetí počátečního matematického vyučování bylo tak pochybnou realizací do značné míry zprofanováno.

Nadto se tato realizace u nás zaměřila přednostně na jednu z teorií přirozeného čísla, na přirozené číslo jako číslo kardinální. Každá teorie však vzniká analýzou a abstrakcí z určitého aspektu skutečnosti, z určitého pohledu na ni. Omezením na jedinou teorii se učitelé zúžili prostor jeho didaktického působení, mohl a měl dávat přednost jen vyučovacím prostředkům, adekvátním použité teorii – z názorných pomůcek například množinovým diagramům, ačkoliv by se mnohdy úlohová situace jinými prostředky znázornila mnohem výstižněji. Žáci ztratili možnost podívat se na problém z různých stran a tím mu hlouběji porozumět.

Povinné zavedení takového „množinového“ pojetí na všech školách vyvolalo potřebu pomoci učitelům, kteří nebyli na reformu připraveni nebo kteří o účelnosti nového pojetí matematického vyučování pochybovali. Byly proto vydány podrobné metodické návody, jejichž dodržování bylo na školách často striktně vyžadováno. Ač to autoři „množinového pojetí“ nepochybně nezamýšleli, byla tak, bohužel, po dlouhá léta potlačována pedagogická tvořivost učitelů matematiky.

Ale ani ve státech, kde bylo nové pojetí matematického vyučování realizováno s větší citlivostí, nepřineslo zpravidla – při přenesení na větší počet nepokusných škol – lepší výsledky v porozumění matematice ani v numerickém počítání. Jednou z hlavních příčin je skutečnost, že konkrétnímu myšlení mladšího žáka jsou přísně logická schémata teoretické aritmetiky dost vzdálená, že didaktický systém vyučovacího předmětu není a zpravidla ani nemůže být totožný s vědeckým systémem příslušné vědy. Zatímco dobrá znalost množinové (i axiomatické) teorie přirozených čísel je pro učitele elementární matematiky velmi potřebná (pomáhá mu mimo jiné najít nejvhodnější způsob metodické prezentace učiva), musí vědecký systém při promítnutí do didaktického systému matematického vyučování projít pedopsychologickou atd. analýzou a široce založeným praktickým ověřením. A o toto ověření jsme při našem mnohaletém výzkumu na pokusných školách Matematického ústavu ČSAV usilovali.

Výsledkem tohoto výzkumu je sada nových učebnic matematiky pro první stupeň základních škol. Ty mohou být však jen dílčím příspěvkem k řešení situace naší základní školy. Komplexní řešení by muselo postihnout celé pojetí a organizaci školní práce i sociální prostředí, v němž základní škola pracuje.

2. POČÍTAČOVÉ VĚDY

Počítačové vědy je možno chápat jako hraniční matematickou disciplínu, a proto snad o nich můžeme v této souvislosti uvažovat. Organizaci vyučování, jeho obsah i metodické postupy ovlivňovaly od nadějných počátků programového vyučování, a to ve všech vyučovacích předmětech, v matematice ovšem zvlášť. V současnosti se ve světě tento vliv nejvýrazněji projevuje v tzv. modulárním vyučování: Učivo je rozděleno na relativně samostatné učební celky, moduly, které lze podle situace ve třídě spojovat ve větší komplexy.

Přitom se vytvářejí tři druhy struktur:

- sekvence, lineární posloupnost učebních celků,
- iterace, cyklické nebo spirálové opakování učiva na úrovních stále vyšších,
- větvení, kdy se podle určitých podmínek požadavky na žáky diferencují až individualizují, takže vyučování probíhá po určitý čas paralelně po několika liniích.

Je zřejmé, že jde o organizaci školní práce jednak běžnou, jednak u nás i v zahraničí v minulosti už vyzkoušenou, někdy se značnými náklady a za cenu mimořádného pracovního vypětí vyučujících. Nová, levná a výkonná vyučovací technika (zvláště mikropočítačová) umožní promítnout ji racionálně do každodenní školní práce na všech školách.

Nemají-li však nové možnosti, které počítačové vědy škole v dohledné době nabídnou, zůstat nevyužity, je nutno začít s cílevědomou přípravou na reformu vyučování co nejdřív. Je to práce pro celé týmy zkušených dodavatelů. Nové vyučovací prostředky a postupy je nutno zavádět velmi trpělivě, bez spěchu, spíš drobnou, houževnatou pedagogickou prací než organizačními změnami. Škola se opravdu mění poctivou prací celých učitelských generací, nikoliv působením příliš odvážných reorganizátorů.

Uplatnění některých z těchto idejí by mohlo žákům i učitelům na všech školách přinést prospěch hned. V pokusném vyučování jsme například podstatně posílili cykličnost dosavadních učebních osnov tím, že se mnohokrát za rok vracíme k témuž problému v nových souvislostech, že usnadňujeme aspoň částečné větvení vyučování rozdělením úloh podle náročnosti na čtyři skupiny, že pravidelně zařazujeme úlohy vhodné pro skupinové zpracování, že i obsah úloh už od 1. ročníku přizpůsobujeme perspektivě racionálního využívání počítačů atpod.

Můžeme a musíme počítat s tím, že účelným využíváním výpočetní techniky a idejí počítačových věd se postupně změní charakter vyučování. Tak například už teď v elementárním matematickém vyučování pozorujeme někdy s potěšením, jindy s obavami, jak se vlivem techniky (rozhlasu, televize) zvětšil rozsah vědomostí, s nimiž děti přicházejí do školy, ale jak se zároveň zvětšil podíl zprostředkované zkušenosti, získávané prostřednictvím hromadných sdělovacích prostředků a zmenšil poměrný rozsah přímé zkušenosti, kterou dítě získává vlastní fyzickou činností s předměty skutečnosti a která je pro plné pochopení matematických poznatků v počátečních ročnících základní školy bezpodmínečně nutná. Podíl nepřímé zkušenosti může při systematickém, ale nepromyšleném využívání výpočetní techniky nabýt nebezpečného rozsahu pro rozumový vývoj mladšího žáka i pro jeho další matematické vzdělávání.

NA ZÁVĚR:

Matematická věda nepochybně silně ovlivňuje obsah i organizaci matematického vyučování už na 1. stupni základní školy. Toto ovlivňování není však vždycky pozitivní, naopak, může i znesnadňovat dosažení vyučovacích cílů, pokud je realizováno s nedostatečnou znalostí buď matematické vědy samotné nebo celého komplexu pedagogických, psychologických a sociologických věd, zkoumajících potřeby a možnosti výchovy a vzdělávání dětí mladšího školního věku.

Ve snaze přiblížit didaktický systém odborné vědy se i při dobré vůli můžeme snadno dopustit chyby, jak je například zřejmé z rozsahu i obsahu našich současných učebnic pro 1. stupeň základní školy, a to nikoliv jen učebnic matematiky.

JOSEF KITTLER
MATHEMATICAL SCIENCE AND THE ELEMENTARY TEACHING
OF MATHEMATICS

As for the intellectual development of a younger learner and his or her further education in mathematics it is necessary for him or her to acquire the mathematical knowledge permanently and with comprehension, that is to enable the pupil to get to know and understand the elementary structures mathematics is built of. The presentation of these structures must be,

however, adequate to the learner's experience and his so far acquired intellectual standard. The scientific system of the mathematical discipline (at the first grade at the basic school of the theoretical arithmetics and the computer sciences) must be, in co-operation with psychology, sociology and the pedagogics, transformed into a rational didactic system.

Došlo do redakce: 5. 11. 1991

Autor: JOSEF KITTLER, Dukla 2372, Pardubice