Dvě netradiční metody analýzy dat a jejich využití v pedagogickém výzkumu

PETR BYČKOVSKÝ

Anotace: Článek informuje o S–L grafech a kvartilových grafech, kterých se v zahraničních výzkumech začalo používat k analýze kvantitativních dat. Aplikace těchto jednoduchých a názorných metod je ilustrována na příkladu výzkumu úrovně vědomostí žáků.

Klíčová slova: Pedagogický výzkum, analýza kvantitativních dat, grafické statistické metody, S–L graf, kvartilový graf, kvartilový graf s vruby.

Není tomu dlouho, co bylo pedagogické měření a pečlivěji koncipovaný empirický výzkum riskantní záležitostí jak pro autora, tak pro další osud zjištěných výsledků. Autor býval často podezírán z šíření cizí metodologie a výsledky pedagogických výzkumů, které se odlišovaly od naivně optimistické představy o úspěšném rozvoji našeho školství, neměly velkou naději na publikování.

Situace se změnila. Po pedagogice se požadují kvalitní empirické výzkumy, ale tento požadavek není snadné splnit, protože úroveň výzkumné práce u nás poklesla. Návrat na úroveň současné vědy se týká i projektování, provádění a vyhodnocování pedagogických výzkumů. Předkládaný příspěvek se soustřeďuje na etapu vyhodnocování dat získaných v rámci pedagogických výzkumů. Seznamuje se dvěma netradičními nástroji (resp. metodami) analýzy kvantitativních dat: S–L grafy a kvartilovými grafy.

V anglosaské literatuře se v poslední době často namísto termínu „metoda" používá termínu „nástroj" (tool). Tento významově smysluplný termín je u nás zatím neobvyklý; používáme proto, zhruba se stejným významem, jak termín „nástroj", tak termín „metoda".

Vývoj metodologie analýzy dat se ve světě ubírá dvěma směry. První směr představuje vývoj a užívání matematicky náročných metod, do jisté míry navazujících na klasickou statistickou analýzu. Tyto metody, zpravidla striktně vyžadující, aby soubory dat splňovaly řadu předpokladů (značný rozsah datových souborů, požadavky na tvar rozložení ap.), umožňují řešit složité výzkumné problémy. Jejich matematická náročnost však zmenšuje nejen okruh osob, které jsou výzkumům založeným na komplikovaných metodologiích schopny porozumět, ale i okruh výzkumníků, kteří jsou schopni je využívat. Druhý směr naproti tomu zastupuje jednak rozvoj jednoduchých statistických metod s názorným grafic-

---

Děkuji Jiřímu Marešovi za cenné připomínky k dřívější verzi studie a za podporu při jejím psaní.

kým výstupem zpřístupňujících výsledky výzkumu širokému okruhu zájemců, jednak vývoj uživatelsky orientovaných počítačových statistických programů, jež tyto netradiční metody nabízejí. Charakteristickými znaky těchto netradičních metod je jejich robustnost a odolnost proti neočekávanému chování dat.

Druhý směr nejvýrazněji reprezentuje nový obor aplikované statistiky, který jeho zakladatel John W. Tukey (1977) nazval „exploratory data analysis", u nás „průzkumová analýza dat" (Hájek, Havránek a Chytil, 1983) nebo „analýza dat" (Militký, 1982). Průzkumovou analýzu dat, která se stále rozvíjí (Leinhardt a Leinhardt, 1988), tvoří rozsáhlý repertoár nástrojů a přístupů k analýze kvantitativních dat. Často se v ní využívá jednak metod založených na pořadových statistikách, které jsou odolné vůči nedodržení předpokladů podmiňujících použití klasických parametrických metod, jednak grafických výstupů.

K základním nástrojům průzkumové analýzy dat patří *S–L* grafy a kvartilové grafy. V posledních letech se s nimi setkáváme stále častěji v zahraničních pedagogických výzkumech i v odborných statích. Používá se jich v mezinárodních srovnávacích výzkumech vědomostí žáků organizovaných IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement). Uživatel výpočetní techniky je najde v novějších verzích programových systémů pro statistickou analýzu dat (např. Solo, Statgraphics, BMDP aj.). Obě metody jsou považovány za natolik důležité, že se uvažuje o jejich zařazení do základů statistiky, kterým se v rámci matematiky vyučuje na amerických středních školách. U nás o nich však nacházíme jen stručné zmínky (např. Kubánková a Hendl, 1986; Malach, Malach a Malachová, 1990).

Obě metody mohou být zajímavé nejen pro pracovníky pedagogického výzkumu, ale i pro zkušenější učitele. Nevyžadují složité výpočty, nepředpokládají obsáhlé znalosti ze statistiky.

Účelem příspěvku je seznámit zájemce se základními charakteristikami těchto metod a na příkladu ukázat, jak se s jejich pomocí dá řešit jeden z běžných problémů pedagogického výzkumu. Máme dva nebo více souborů kvantitativních dat (např. výsledky didaktického testu žáků několika tříd) a chceme je porovnat, případně zjistit, zda jsou rozdíly mezi soubory statisticky významné.

V první části příspěvku se pojednává o *S–L* grafech, druhá je věnována kvartilovým grafům. Příklad pedagogického výzkumu, kde bylo kvartilových grafů (a zčásti i *S–L* grafů) použito, je ve třetí části příspěvku.

Ukázky ilustrují metody, o kterých se referuje, jsou buď přímo převzaty ze studie „Vědomosti žáků pražských SPŠS z mechaniky" (Byčkovský, 1986) nebo jsou založeny na datech z této studie.

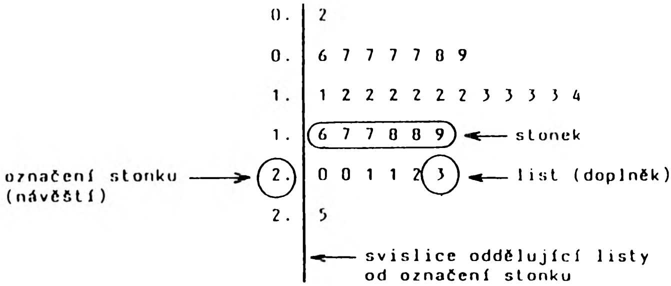
1. *S–L* GRAFY

Prvním „hmatatelným" produktem kvantitativního výzkumu je soubor neuspořádaných číselných dat, která obsahují informace o studovaném jevu. Nejen u velkých souborů dat, ale i u souborů obsahujících jen několik desítek dat, je zprvu obtížné získat představu o jejich vlastnostech. Soubory dat proto uspořádáváme a specifické vlastnosti souborů vyjadřujeme pomocí některého z nástrojů statistického popisu. Klasickými nástroji statistického popisu jsou tabulky četností, grafy (např. histogramy a polygony četností) a statistické charakteristiky (např. aritmetický průměr a směrodatná odchylka).

Netradičním grafickým nástrojem sloužícím k popisné analýze dat je „stem-and-leaf display" (Tukey, 1977). K jeho označení používáme názvu *S–L* graf (graf „stonek a list", stonkový graf). Kubánková a Hendl (1986) používají označení *L–L* graf.

S–L graf je zvláštním případem histogramu. Funkci histogramu plní tím, že názorně ukazuje, jak jsou data rozložena. Na rozdíl od běžného histogramu jsou v *S–L* grafu hodnoty jednotlivých dat zachovány a uvedeny ve vzestupném nebo sestupném uspořádání.

K charakteristice S–L grafu a k ilustraci jeho konstrukce použijeme souboru testových výkonů, kterých dosáhli žáci jedné třídy (označené H) v testu z mechaniky. V testu sestaveném ze 40 úloh, kde každá správná odpověď byla hodnocena 1 bodem, dosáhlo 33 žáků třídy H následujících výkonů:
23, 13, 14, 2, 12, 7, 8, 21, 9, 7, 13, 18, 12, 7, 20, 25, 13, 16, 19, 6, 17, 13, 20, 7, 12, 21, 17, 12, 12, 12, 18, 22, 11.



S–L graf zachycující tento soubor dat je na obr. 1.

Obr. 1 S–L graf výkonů z testu z mechaniky.

Každý číselný údaj je v S–L grafu rozdělen na dvě části, výchozí (návěští) a doplňující (doplněk). Návěští označuje příslušný stonek (vlevo od svislice), doplňkem je „list“, který je číslo vpravo od svislice. Pokud jsou data dvouciferná, návěští jsou o jeden řád vyšší než doplňky. Testový výkon 23 bodů má návěští 2 (desítky) a doplněk 3 (jednotky). Soubor doplňků (listů) příslušejících jednomu návěští tvoří stonek. Stonek vyznačený na obr. 1 obsahuje doplňky 6, 7, 7, 8, 8 a 9, které ve spojení s příslušným návěštím (1:) představují data 16, 17, 17, 18, 18, 19.

Postup při „ručním“ sestrojování S–L grafu sestává ze tří kroků. Rozdělení souboru dat do účelného počtu stejně velkých intervalů je prvním krokem. U souboru testových výkonů, kde nejnižší výkon $x_{\min} = 2$ a nejvyšší výkon $x_{\max} = 25$, je vhodné použít šesti intervalů: 0–4 (0.), 5–9 (0:), 10–14 (1.), 15–19 (1:), 20–24 (2.), 25–29 (2:). V závorkách jsou uvedena návěští stonků. V druhém kroku k příslušným návěštím postupně připisujeme doplňky.

Začínáme zápisem hodnoty 23, k návěští 2. připíšeme doplněk 3. Pokračujeme: k návěští 1. připíšeme doplněk 2 (hodnota 12), k návěští 1: doplněk 8 (hodnota 18), k návěští 0. doplněk 2 (hodnota 2), atd.

Výsledkem 1. a 2. kroku je graf s uspořádanými návěštími a stonky s neuspořádanými doplňky. Vzestupné uspořádání doplňků na stoncích je třetím krokem konstrukce grafu.

Protože každému doplňku je vyhrazen stejný prostor, je délka stonku úměrná četnosti dat v daném intervalu. To umožňuje sledovat souboru dat jako jsou tvar rozložení dat, nakupení dat, díry v souboru dat, přítomnost či nepřítomnost mimolehlých dat (outliers). Kromě toho je možné z S–L grafu rekonstruovat každý údaj datového souboru. Uspořádání dat v S–L grafu umožňuje rychlé nalezení pořadových statistik potřebných ke konstrukci kvartilového grafu, o kterém se pojednává v odd. 2.

S–L grafy umožňují studovat i rozložení údajů složených ze dvou kvalitativně odlišných informací. Na obr. 2 je znázorněno rozložením úspěšnosti řešení 20 úloh, kterými se zajišťovala úroveň specifických dovedností 164 žáků v mechanice.

```
úspěšnost řešení : číslo úlohy

  P %
  90+ |
  80+ | 216
  70+ |
  60+ | 211
  50+ |
  40+ | 201 206 217 220
  30+ | 202 207 208 212 213
  20+ | 203 204 210
  10+ | 209 214 215 218
   0+ | 205 219
```

Obr. 2 Úspěšnost při řešení 20 úloh na specifické dovednosti

Složený údaj se skládá z identifikačního čísla úlohy (doplněk) a z úspěšnosti jejího řešení P v % (návěští). Návěští reprezentují intervaly hodnot úspěšnosti řešení: 0^+ (0−9,9 %), 1^+ (10−19,9 %), atd. Snadno pak z grafu zjistíme, jaká byla úspěšnost řešení jednotlivých úloh. Např. úspěšnost řešení úloh č. 205 a 219 byla mezi 0 a 9,9 %.

Z grafu na obr. 2 je zřejmé, že úspěšnost řešení 18 úloh nepřevyšuje 50 %. Od nich se výrazně odlišují úlohy č. 211 a 216, které žáci řešili podstatně lépe. Výzkumníkovi se zde dostává upozornění, aby na tyto úlohy soustředil svoji pozornost a pokusil se odkrýt, čím se liší od ostatních úloh

2. KVARTILOVÉ GRAFY

S–L graf má omezené použití tam, kde potřebujeme porovnat několik souborů dat. Umožňuje provést pouze jednoduché srovnání dvou zhruba stejně početných souborů dat (viz obr. 5 v odd. 3), srovnání tří nebo více souborů dat pomocí *S–L* grafů je obtížné. Pro srovnání několika souborů dat je výhodné použít dalšího nástroje průzkumové analýzy dat — kvartilových grafů. Tukey (1977) pro ně používá názvů „box-and-whisker plots“ nebo „box plots”, Seheult (1986) a Leach (1988) používají názvu „quartille plots“, u nás Militký (1982) „grafy rozptýlení“, Kubánková a Hendl (1986) „box-grafy“. Přiklonili jsme se k názvu „kvartilové grafy“, který nejlépe vystihuje podstatu těchto grafů.

Na rozdíl od *S–L* grafu, kde jsou zaznamenána všechna data souboru, kvartilový graf soustřeďuje pozornost pouze na několik hodnot pořadových statistik (kvantilů). Využívá přitom kombinace dvou popisných nástrojů — statistických charakteristik (statistik) a grafického znázornění.

2.1 Kvantily

V pedagogickém výzkumu se ke statistickému popisu souboru dat často používá aritmetického průměru ($\bar{x}$) a směrodatné odchylky (s). Matematicky korektní použití těchto statistik vyžaduje dostatečně velký soubor dat, která navíc mají normální rozložení. Tyto podmínky bývají ve výzkumné praxi splněny jen zřídka. Proto se v průzkumové analýze dat k jejímž nástrojům kvartilové grafy patří, používá statistik založených na kvantilech, které splnění takových předpokladů nevyžadují.

Kvantil je hodnota kvantitativního statistického znaku určená tak, že hodnoty, které jsou menší (popř. stejné), tvoří určitou stanovenou část rozsahu souboru, např. 1 %, 2 %, 10 %, 20 %, 50 %, 90 % ap. (viz Cyhelský, 1981). Příslušné kvantily pak označujeme $\tilde{x}_1$, $\tilde{x}_2$, $\tilde{x}_{10}$, $\tilde{x}_{20}$, $\tilde{x}_{50}$, $\tilde{x}_{90}$. Rychlé stanovení požadovaného kvantilu vyžaduje, aby soubor dat byl vzestupně nebo sestupně uspořádán.

Kvantil, který člení soubor dat uspořádaných na dvě stejně četné poloviny, tj. $\tilde{x}_{50}$, se nazývá medián a zpravidla se označuje jen $\tilde{x}$. V souboru s lichým počtem dat je medián prostřední hodnotou v souboru se sudým počtem dat je medián aritmetickým průměrem dvou prostředních hodnot.

K často používaným kvantilům patří kvantily, které dělí soubor uspořádaných dat na čtvrtiny: $\tilde{x}_{25}$ (Q_1) je první neboli dolní kvartil, $\tilde{x}_{75}$ (Q_3) je třetí neboli horní kvartil a druhý kvartil, $Q_2 = \tilde{x}$, představuje medián.

Jinými kvantily jsou např. decily (nebo sedecily), které dělí uspořádaný soubor dat na deset (šestnáct) stejně četných částí.

Nejjednodušší charakteristikou variability je variační rozpětí. Označíme-li nejnižší hodnotu znaku x jako x_{min} a nejvyšší hodnotu jako x_{max}, pak variační rozpětí $R_x = x_{max} - x_{min}$. Variační rozpětí je nedokonalou charakteristikou variability, protože závisí pouze na krajních hodnotách, které mohou být nahodilé. Lepšími charakteristikami variability jsou kvantilová rozpětí. Kvantilové rozpětí je rozdíl mezi posledním (nejvyšším) a prvním (nejnižším) kvantilem. Např.:

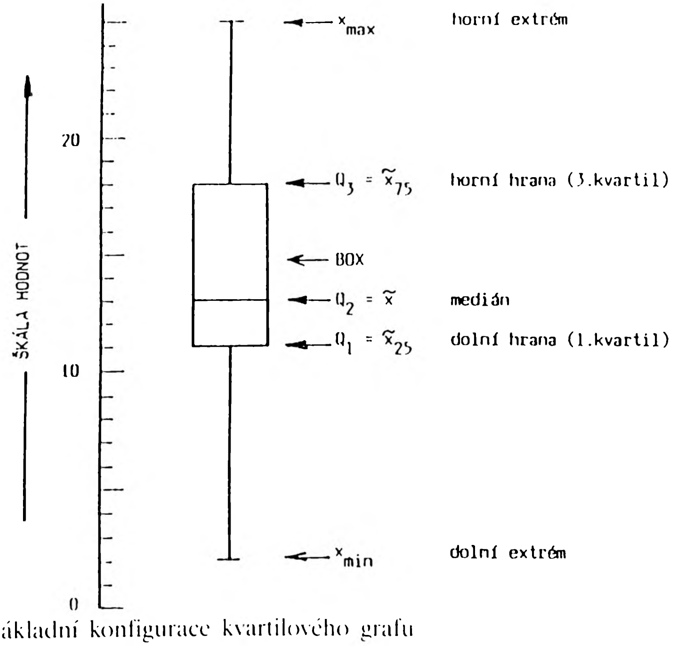
kvartilové rozpětí $RQ = \tilde{x}_{75} - \tilde{x}_{25} = Q_3 - Q_1$
decilové rozpětí $RD = \tilde{x}_{90} - \tilde{x}_{10}$
sedecilové rozpětí $RS = \tilde{x}_{93,75} - \tilde{x}_{6,25}$

Často používanou charakteristikou variability je kvartilová odchylka Q. Platí, že

$$Q = RQ/2.$$

2.2 Základní konfigurace kvartilového grafu

Ukázka základní konfigurace kvartilového grafu je na obr. 3. Součástmi grafu jsou „box", dolní a horní úsečka. Ke grafu patří referenční škála (škála hodnot) umístěná vlevo grafu. Výška boxu představuje kvartilové rozpětí dat a kromě toho je v boxu vyznačen medián.



Obr. 3 Základní konfigurace kvartilového grafu

Koncové body dolní (horní) úsečky tvoří dolní (horní) hrana boxu a dolní (horní) extrém. K nakreslení grafu proto potřebujeme pět údajů (statistik): dolní a horní extrém (x_{min}, x_{max}), dolní a horní kvartil ($Q_1 = \tilde{x}_{25}$ a $Q_3 = \tilde{x}_{75}$) a medián ($\tilde{x}$). Dolní hrana boxu odpovídá dolnímu kvartilu, horní hrana hornímu kvartilu. Číselné hodnoty těchto údajů se v grafu neuvádějí, lze je odečíst na škále hodnot. Kvartilový graf se obvykle doplňuje údajem o četnosti souboru dat, který graf reprezentuje.

Kvartilový graf na obr. 3 zachycuje týž soubor dat, kterého bylo použito k sestrojení S–L grafu na obr. 1. Pět hodnot potřebných k nakreslení grafu se v neuspořádaném souboru dat obtížně hledá. Soubor dat proto nejprve vzestupně uspořádáme, nebo využijeme S–L grafu, kde jsou data již uspořádána. Z grafu na obr. 1 najdeme: $x_{min} = 2$, $\tilde{x}_{25} = 11$, $\tilde{x} = 13$, $\tilde{x}_{75} = 18$, $x_{max} = 25$. Těchto hodnot bylo použito k nakreslení grafu na obr. 3. Zjednodušený postup pro stanovení kvartilů je uveden v dodatku.

Šířka boxu v kvartilovém grafu není předepsána. Provádíme-li však popis několika souborů dat pomocí kvartilových grafů a soubory mají značně odlišný počet prvků, je účelné odlišnost počtů prvků zachytit pomocí rozdílných šířek boxů příslušných grafů. Při značných diferencích v četnosti prvků srovnávaných souborů je obvyklé rozlišit šířky boxů v poměru odmocnin rozsahů jednotlivých souborů. Je však neúčelné rozlišovat šířky boxů několika kvartilových grafů tam, kde se četnosti prvků srovnávaných souborů jen málo liší.

Předností kvartilových grafů je, že umožňují porovnat statistické charakteristiky několika souborů dat. Na druhé straně však neumožňují odhalit nepravidelnosti v chování souborů dat (díry v souborech dat nebo nakupení dat). To naopak umožňují S–L grafy. Při analýze dat je proto vhodné používat jak S–L grafů, tak kvartilových grafů.

Poznámky:

1. Forma grafické prezentace kvartilových grafů není jednoznačně ustálená. Pro zjednodušení jsme uvedli zatím nejběžnější formu. Jiné formy uvádějí např. Tufte (1983), Scheult (1986), Leach (1988), Stock a Behrens (1991). Setkáváme se i s kvartilovými grafy, které jsou nakresleny ve vodorovné poloze (např. Lister, Leach a Walsh, 1991).
2. Někdy se kvartilovým grafem zachycují jen data ležící v decilovém rozpětí souboru (např. Benbow, 1986), čtenář však na to bývá upozorněn. Modifikací kvartilových grafů jsou schematické grafy (schematic plots), které umožňují identifikaci mimolehlých hodnot (Tukey, 1977; Hoaglin, Iglewicz a Tukey, 1986).

2.3 Kvartilové grafy s vruby

Základní konfiguraci kvartilového grafu lze rozšířit o záznam intervalu spolehlivosti mediánu. Záznam intervalu spolehlivosti se na grafu provádí vruby na levé a pravé straně boxu, vodorovnou osou souměrnosti vrubů je čára znázorňující medián (viz. obr. 4).

Kvartilové grafy s vruby, které jejich autoři McGill, Tukey a Larsen (1978) označují „notched box plots", se uplatní tam, kde srovnáváme dva nebo více souborů dat téhož druhu a ptáme se, zda rozdíl jejich středních hodnot, mediánů je statisticky významný.

Velikost vrubu kolem mediánu je určen vztahem

$$\tilde{x} \pm \mathrm{C} \, . \, s_{\tilde{x}} \, ,$$

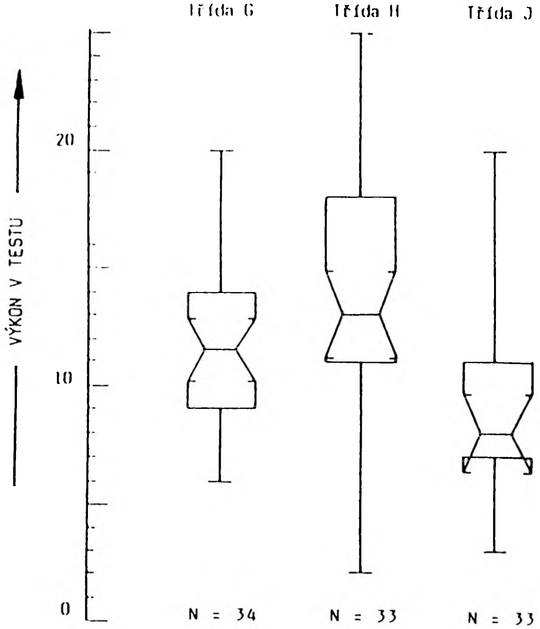
C . . . . konstanta,

$s_{\tilde{x}}$ . . . . směrodatná odchylka mediánu.

Směrodatná odchylka mediánu $s_{\tilde{x}}$ závisí na četnosti souboru N a na kvartilovém rozpětí $RQ = Q_3 - Q_1$ vztahem:

$$s_{\tilde{x}} = \frac{1{,}25 \, RQ}{1{,}33 \sqrt{N}} = 0{,}926 \, \frac{RQ}{\sqrt{N}} \, .$$

Pro vrub, který má představovat 95 % interval spolehlivosti, se volí konstanta C v rozmezí hodnot 1,40 – 1,96, kde spodní hodnota je vhodná pro případ, kdy se směrodatné odchylky mediánů dvou souborů příliš neliší, horní hodnota je přiměřená pro dvě značně se lišící hodnoty $s_{\tilde{x}}$. McGill, Tukey a Larsen (1978) doporučují zásadně volit C = 1,7. S touto hodnotou také obvykle pracují počítačové programy kreslící kvartilové grafy s vruby



Obr. 4 Kvartilové grafy s vruby

Pokud se vruby dvou kvartilových grafů navzájem nepřekrývají, je rozdíl mediánů statisticky významný (na hladině α = 0,05), v opačném případě je rozdíl statisticky nevýznamný. Na obr. 4 jsou zakresleny kvartilové grafy s vruby, zobrazující testové výkony žáků tří tříd – třídy G, H a J. K výpočtu velikosti vrubů bylo použito konstanty C = 1,7. Z obrázku je vidět, že rozdíl ve výkonu tříd G a H není statisticky významný (vruby se překrývají), rozdíl ve výkonu dvojic tříd G, J a H, J je statisticky významný (vruby se nepřekrývají).

Při kreslení kvartilových grafů s vruby mohou nastat případy, kdy vrub přesáhl horní nebo dolní část hrany boxu. Příkladem takového případu je na obr. 4 graf třídy J. Z boxu grafu třídy J je přitom zřejmé, jak v tomto případě postupovat při kreslení vrubu.

Kdy není účelné použít kvartilových grafů s vruby? Příliš malé vruby nelze nakreslit dostatečně přesně a při zjišťování významnosti rozdílů mezi mediány mohou malé vruby ztížit vizuální vjem. Velikost vrubu závisí na kvartilovém rozpětí RQ, které je reprezentováno výškou boxu, rozsahem souboru N, konstantě C a měřítku, v jakém je graf kreslen. Při výšce boxu 50 mm, N = 1 000 a C = 1,7 vychází velikost vrubu pouze 5 mm, tj. desetina výšky boxu. Tento rozměr můžeme stanovit jako dolní hranici. Nedoporučujeme proto používat grafy s vruby pro srovnávání souborů s rozsahem N > 1 000. Zde postačí využít základní konfigurace kvartilových grafů. Kvartilové grafy s vruby se nejlépe uplatní u menších a středně rozsáhlých souborů, tj. u souborů s rozsahem mezi 25 a 400 prvků.

3. PŘÍKLAD VYUŽITÍ KVARTILOVÝCH GRAFŮ V PEDAGOGICKÉM VÝZKUMU

V našem pedagogickém výzkumu bylo kvartilových grafů poprvé využito ve výzkumné studii „Vědomosti žáků pražských SPŠS z mechaniky (Byčkovský, 1986).

Zmíněná studie shrnuje výsledky průzkumu realizovaného v roce 1983, kdy byla zjišťována a analyzována úroveň vědomostí 164 žáků 5 tříd pražských SPŠS (studie II). Navazuje na obdobný průzkum realizovaný v roce 1974 (Byčkovský, 1979), kdy byla zjišťována úroveň vědomostí z mechaniky u 156 žáků 6 tříd pražských SPŠS (studie I). V obou průzkumech byla úroveň vědomostí měřena stejným didaktickým testem obsahujícím 40 úloh, správné řešení každé úlohy bylo hodnoceno jedním bodem.

Cílem studie II kromě jiného bylo:

a) Popsat úroveň vědomostí z mechaniky žáků 1. ročníku pražských SPŠS v roce 1983 (výběr II) a porovnat ji s úrovní vědomostí žáků 1. ročníků pražských SPŠS v r. 1974 (výběr I) zjištěnou ve stuii I.

b) Zjistit, zda v úrovni vědomostí výběru II jsou rozdíly mezi absolventy základní devítileté školy (ZDŠ) a základní (osmileté) školy (ŽS).

c) Zjistit, zda jsou v úrovni vědomostí z mechaniky mezi třídami výběru II významné rozdíly.

Při řešení všech tří výzkumných otázek bylo při statistické analýze dat použito kvartilových grafů s vruby. Ke stanovení hodnot potřebných k jejich nakreslení bylo použito programu ANDITE (Jettmar, Zlatník a Byčkovský, 1985).

Rozložení výkonů v testu z mechaniky u výběrů I a II jsou pomocí *S*–*L* grafů znázorněna na obr. 5.

	0.	
2	0.	2233
54	0.	5555
777766666	0.	6666666677777777777777777
9999999999888888888	0.	88888888888888888889999999999999
11111111111111000000000	1.	00000011111111111
33333333333332222222	1.	222222222222223333333333333
555555555555444444444444	1.	444444444455555
77777776666666666	1.	66667777777
99999888888	1.	888888899999
111111110000000	2.	000001111
3332222	2.	23
554	2.	4455
66	2.	7
	2.	
1	3.	1
2	3.	
4	3.	

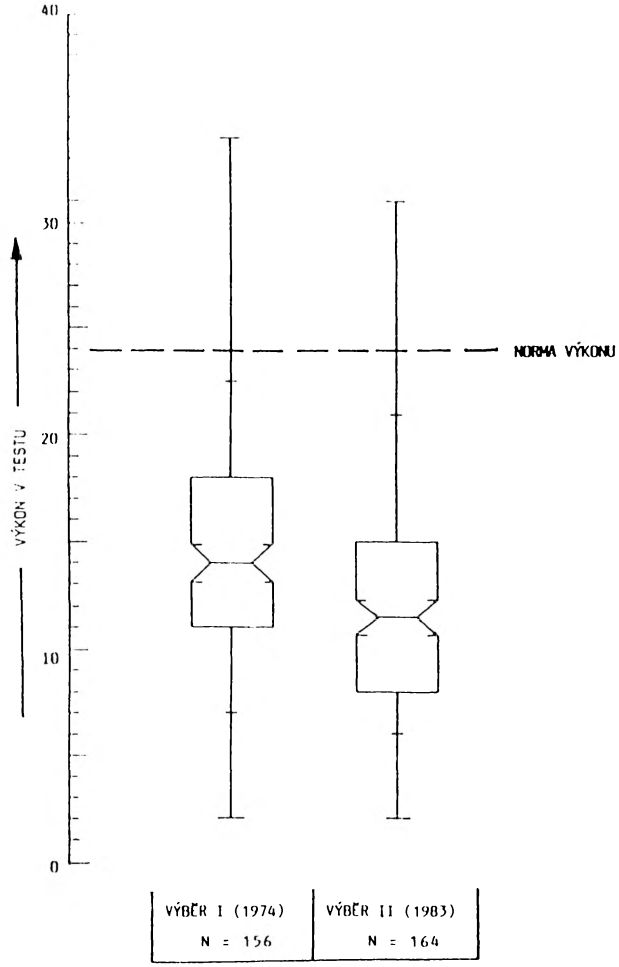
Výběr I (1974)
N = 156 žáků

Výběr II (1983)
N = 164 žáků

Obr. 5 Rozložení testových výkonů výběrů I a II

Obě rozložení jsou levostranně šikmá a bimodální (dvouvrcholová). Budeme-li je posuzovat z přísně statistického hlediska, pak ani jedno není rozložením normálním. Při srovnání, kde se zajímáme o to, zda rozdíly mezi výběry a uvnitř výběrů (rozdíly ve výkonu tříd) jsou statisticky významné, je zde proto účelné použít kvartilových grafů s vruby (s $C = 1{,}7$).

Na obr. 6 jsou kvartilové grafy s vruby (dále jen kvartilové grafy) výkonů v testu, kterých dosáhli žáci výběrů I a II. V obrázku je zaznamenána i norma výkonu stanovená šesti experty v roce 1974. Norma výkonu, která je minimálním výkonem ještě považovaným za splnění výukových cílů mechaniky, byla určena výkonem 24 bodů (60 % úspěšnost v testu). Kvartilové grafy na obr. 6 vedou k několika závěrům.

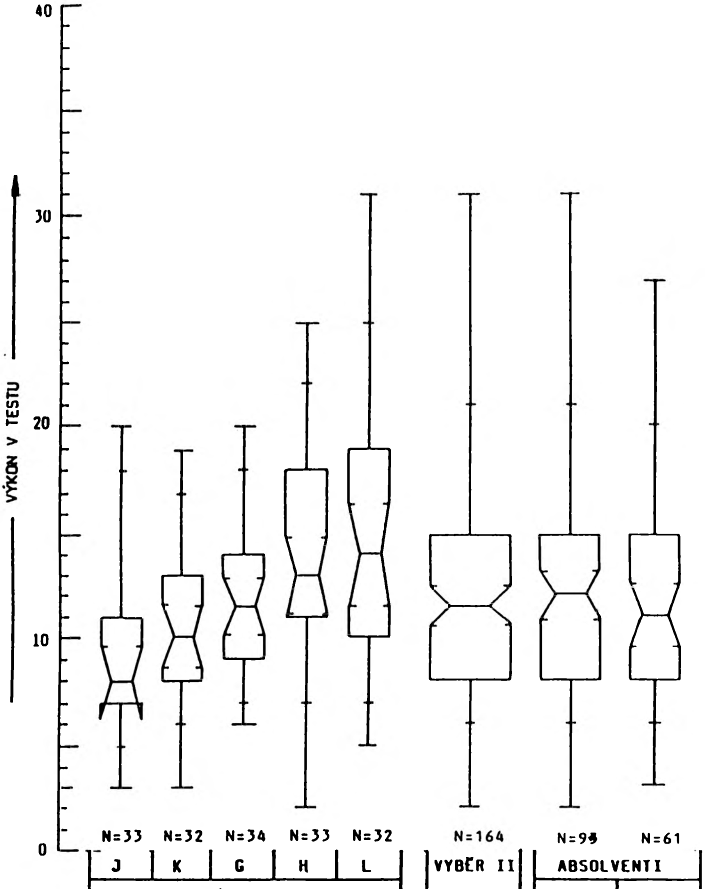


Obr. 6 Kvartilové grafy testových výkonů výběrů I a II

V úrovni vědomostí měřených testem je mezi výběrem I ($\tilde{x} = 14$) a výběrem II ($\tilde{x} = 11{,}5$) statisticky významný rozdíl. Stejně jako výběr I, tak i výběr II se nepřiblížily k normovanému výkonu a navíc se rozdíl mezi normovaným a zjištěným výkonem zvětšil v neprospěch žáků výběru II. Výkonu, který je vyšší nebo alespoň roven normovanému výkonu, dosáhl jen velmi malý počet žáků obou výběrů. Na kvartilových grafech (obr. 6) jsou krátkou úsečkou mezi x_{min} a Q_1, resp. x_{max} a Q_3 vyznačeny 1. a 15. sedecil. Protože nad 15. sedecilem leží

1/16 nejvyšších hodnot, což u souborů s rozsahem 156 a 164 žáků je přibližně 10 hodnot, je z obr. 6 zřejmé, že normovaného výkonu dosáhlo v obou výběrech méně než 10 žáků.

Při hledání odpovědí na výzkumné otázky b) a c) je nutné výběr II rozdělit na podsoubory podle tříd a podle druhu absolventů. Na obr. 7 jsou kromě kvartilového grafu souboru II, jednak kvartilové grafy výkonu žáků, kteří do 1. ročníku SPŠS přišli po absolvování 8. třídy ZŠ (absolventi ZŠ, $N = 93$) nebo 9. třídy ZDŠ (absolventi ZDŠ, $N = 61$).



Obr. 7 Kvartilové grafy výkonů tříd, absolventů ZŠ a ZDŠ tvořící výběr II

Srovnání kvartilových grafů výkonů absolventů ZŠ ($\tilde{x} = 12$) a ZDŠ ($\tilde{x} = 11$) ukazuje statisticky nevýznamný rozdíl ve výkonu ve prospěch absolventů ZŠ. Jak vysvětlit tuto zdánlivě paradoxní situaci? Absolventi ZDŠ sice absolvovali delší přípravu v matematice a fyzice, ale v průměru byli horšími žáky než absolventi ZŠ. Mnoho žáků ZDŠ po absolvování 8. třídy nebylo přijato na střední školu a proto pokračovalo ve studiu v 9. třídě.

Kvartilové grafy výkonů tříd G, H, J, K a L, které jsou na obr. 7 uspořádány podle mediánů, umožňují snadno zjistit, které třídy se svým výkonem statisticky významně liší a které nikoliv. Vrub grafu třídy J se nepřekrývá s vruby grafů tříd G, H i L, což znamená, že třída J má významně nižší výkon než třída L.

Kontrola působení intervenujících proměnných (rozdílný počet žáků ve třídách, různý počet dívek ve třídách, různý počet odučených hodin mechaniky ap.) ukázala, že jejich vliv na výkon tříd byl zanedbatelný. Za předpokladu, že intelektová úroveň tříd je vyrovnaná, lze soudit, že rozdíly v úrovni vědomostí tříd byly způsobeny rozdílnou úrovní vyučování.

Souběžně se statistickou analýzou dat pomocí kvartilových grafů s vruby byla data studie II analyzována i klasickými statistickými metodami (t-test, analýza rozptylu). Výsledky obou analýz se neliší a vedou ke stejným závěrům.

4. ZÁVĚR

S–L grafy a kvartilové grafy jsou jednoduchými a uživatelsky vděčnými nástroji analýzy kvantitativních dat. Jejich hlavní předností je názorné zobrazení a snadná interpretovatelnost typických vlastností datových souborů. Uplatní se ve všech oblastech výzkumu, kde se pracuje s kvantitativními daty. Protože jejich využití vyžaduje jen elementární znalosti ze statistiky, poslouží dobře nejen pracovníkům pedagogického výzkumu, ale i učitelům, kteří mají zájem jednoduše si vyhodnotit své průzkumy ve třídách.

Podrobnou představu o tom, jak se chová soubor zjištěných dat (tvar rozložení, shluky dat, díry v datech, mimolehlé hodnoty) zprostředkovávají *S–L* grafy.

Kvartilové grafy umožňují záznam důležitých statistických charakteristik souborů (krajní hodnoty, medián, kvartilové rozpětí) a jejich porovnání u několika souborů. Nezachycují však všechny vlastnosti datových souborů. Použití kvartilových grafů by proto mělo navazovat na analýzu pomocí *S–L* grafů.

Rozhodovat o statistické významnosti rozdílů mezi mediány několika souborů dat dovolují s obvykle postačující průkazností kvartilové grafy s vruby. Je-li výzkumník na pochybách o průkaznosti zjištění, doporučujeme, aby si zjištění ověřil metodami klasické statistické analýzy. Vzhledem k požadavku dostatečné jasnosti i vizulního vjemu je přiměřené používat vrubových grafů u souborů do 400 dat, výjimečně do 1 000 dat.

U souborů s více než 100 dat je ruční zpracování pomocí *S–L* grafů a kvartilových grafů zdlouhavé a únavné. V takovém případě, ale i u menších souborů, je pohodlnější data zpracovat pomocí počítače. Jednotlivé počítačové programy se mohou lišit v detailech zásad tvorby kvartilových grafů. Uživatel by se proto měl se zásadami, které najde v příručce k příslušnému programu, seznámit ještě předtím, než data začne analyzovat.

Dodatek: STANOVENÍ KVARTILŮ

Matematicky přesné stanovení kvartilů je někdy náročné a nepohodlné. Kromě toho existuje několik, v detailech se lišících, definic kvartilů; Frigge, Hoaglin a Iglewitz (1989, podle Stock a Behrens, 1991) jich uvádějí osm. Ke stanovení kvartilů proto doporučujeme jednoduchý postup, kterým jsme modifikovali běžně používaný postup navržený Tukeyem (viz Leinhardt a Leinhardt, 1988).

Máme vzestupně uspořádanou řadu N hodnot s počáteční hodnotou x_{min} a poslední hodnotou x_{max}. Symbolem R označíme pořadí kvartilu v řadě. Pořadí mediánu $R_{50} = (N + 1)/2$. Pro N liché, např. $N = 33$ je $R_{50} = (33 + 1)/2 = 17$, mediánem je 17. hodnota. Pro sudé N, např. $N = 32$, je $R_{50} = (32 + 1)/2 = 16{,}5$; mediánem je aritmetický průměr 16. a 17. hodnoty.

Pořadí dolního kvartilu, $\tilde{x}_{25}$, pro N liché je $R_{25} = (N + 3)/4$ a pro N sudé $R_{25} = (N + 2)/4$. Pro $N = 33$ je $R_{25} = (33 + 3)/4 = 9$; x_{25} je 9. hodnota od počátku řady. Pro $N = 32$ je $R_{25} = (32 + 2)/4 = 0{,}5$; $\tilde{x}_{25}$ je aritmetickým průměrem 8. a 9. hodnoty.

Protože poloha horního kvartilu, $\tilde{x}_{75}$, je v řadě souměrná s polohou $\tilde{x}_{25}$, má horní kvartil stejné pořadí od konce řady jako je pořadí dolního kvartilu od počátku řady. Např. pro $N = 33$ je $\tilde{x}_{75}$ 9. hodnotou od konce řady (25. hodnotou od počátku řady), pro $N = 32$ je $\tilde{x}_{75}$ aritmetickým průměrem 8. a 9. hodnoty od konce řady.

LITERATURA

Benbow, C. P.: SMPY'S *Model for Teaching Mathematically Precocious Students.* In: Renzulli J. S. (ed.): *Systems and Models for Developing Programs for Gifted and Talented.* Mansfield Center. Creative Learning Press 1986, s. 1–26.

Byčkovský, P.: *Analýza školního výkonu v mechanice.* Praha, VÚOŠ 1979.

Byčkovský, P.: *Vědomosti žáků pražských SPŠS z mechaniky* (výzkumná studie). Praha, VÚOŠ 1986.

Cyhelský, L.: *Úvod do teorie statistiky.* Praha, SNTL/Alfa 1981.

Frigge, M., Hoaglin, D. C., Iglewicz, B.: *Some Implementation of the Boxplots.* The American Statistician 43, 1989, č. 1, s. 50–54.

Hájek, P., Havránek, T., Chytil, M. K.: *Metoda GUHA.* Praha, Academia 1983.

Hoaglin, D. C., Iglewicz, B., Tukey, J. W.: *Performance of Some Resistant Rules for Outlier Labeling.* Journal of the American Statistical Association 81, 1986, s. 991–999.

Jettmar, J., Zlatník, Č., Byčkovský, P.: ANDITE – *program pro analýzu didaktických testů.* Praha, VÚIS ČVUT 1985.

Malach, J., Malach, J., Malachová, K.: *Zkušenosti s využíváním výpočetní techniky při zkoušení a hodnocení výsledků zkoušky.* In: Sborník *„Didaktické aspekty využívania moderných vzdelávacích prostriedkov".* Bratislava, Dom techniky 1990, s. 56–59.

Leach, C.: *Guidelines for Data Presentation.* In: Sternberg, R. S. (ed.): *The Psychologist's Companion: A Guide to Scientific Writing for Students and Researchers.* Leicester. British Psychological Society 1988.

Leinhardt, G., Leinhardt, S.: *Exploratory Data Analysis.* In: Keeves, J. P. (ed.): *Educational Research, Methodology and Measurement: An International Handbook.* Oxford, Pergamon Press 1988, s. 635–643.

Lister, C., Leach, C., Walsh, M.: *The Development of Conservation Concepts in Children with Visual Impairment.* British Journal of Educational Psychology 59, 1989, Part 2, s. 211–219.

Kubánková, V., Hendl, J.: *Statistika pro zdravotníky.* Praha, Avicenum 1986.

McGill, R., Tukey, J. W., Larsen, W. A.: *Variation of Box Plots.* The American Statistician 32, 1978, č. 1, s. 12–16.

Militický, J.: *Statistické metody v textilní praxi I.* Pardubice, Dům techniky ČSVTS 1982.

Seheult, A.: *Simple Graphical Methods for Data Analysis.* In: Lovie, A. D. (ed.): *New Developments in Statistics for Psychology and the Social Science.* London, Methuen 1986.

Stock, W. A., Behrens, J. T.: *Box, Line and Midgaps Plots: Effects of Display Characteristics on the Accuracy and Bias of Estimates of Whisker Lenghts.* Journal of Educational Statistic 16, 1991. č. 1, s. 1–2.

Tufte, E. R.: *The Visual Display of Quantitative Information.* Cheshire, Graphic Press 1983.

Tukey, J. W.: *Exploratory Data Analysis.* Reading, Addison-Wesley 1977.

PETR BYČKOVSKÝ
TWO NON-TRADITIONAL DATA ANALYSIS TECHNIQUES AND THEIR UTILIZATION IN EDUCATIONAL RESEARCH

The paper present two fundamental exploratory data analysis techniques: stem-and-leaf display and box plots. Both techniques emphasize the use of graphic display in the analysis of quantitative data behavior. Notched box plots, the technique for evaluation of the significance of differences between medians are discussed besides basic box plots, too. Some examples from students' mechanics achievement survey are given as the illustration of the application of techniques described.

Do redakce došlo: 11. 12. 1991
Autor: Ing. PETR BYČKOVSKÝ, CSc., Pedagogický ústav J. A. Komenského ČSAV, Máchova 7, 120 00 Praha 2

Irenäus Eibel - Eibesfeldt: FALLGRUBEN DER EVOLUTION – DER MENSCH ZWISCHEN NATUR UND KULTUR.
Wien: Picus Verlag 1991, 66 str.

Prof. I. Eibel - Eibesfeldt, nestor srovnávacího výzkumu chování, představuje ve své práci člověka jako bytost v podstatných rysech biologicky předprogramovanou. Jeho vrozená instinktivní výbava odpovídá podmínkám, ve kterých žil lovec doby ledové, tedy člověk obývající Zemi asi před deseti až dvaceti tisíci lety. Tato dědičná výbava vysvětluje ty projevy chování člověka, které kdysi byly odpovídajícími formami adaptace, dnes jsou však z hlediska svého významu pro biologické přežití druhu zcela bezcenné. Patří k nim např. vrozený strach malého dítěte z cizího člověka, strach z hadů, pavouků ap. Na druhé straně pak o biologicky neadekvátní adaptaci na dnešní podmínky svědčí i skutečnost, že moderní člověk postrádá vrozenou intensivní emoci strachu z reálných nebezpečenství, se kterými se setkává. Ať již jde např. o smrtonosné automobily nebo o reálně hrozící ekologické katastrofy. „Po kulturní stránce jsme se přirozeně značně pozměnili, geneticky však pouze velmi málo. Lidé s emocionalitou lovců z doby kamenné řídí reaktivní bombardéry, utkávají se v automobilových závodech a vládnou coby presidenti velmocí" píše autor (na str. 11). Podle jeho názoru nejsme víc, než vlastní racionalitou se brzdící divoši, neustále ohrožení tím, že zničí sami sebe.

Proto kromě strachů z různých objektů zdůrazňuje ve své knize zejm. roli agresivity. Ta se může projevovat značně maladaptivně, ale může plnit i kladné úlohy. Například u různých forem tzv. agresivní explorace, při které jedinci i skupiny testují hranice možného a dovoleného. Za vrozené pokládá i schopnosti tvorby vizuálních schémat a kategorizace předmětů. Velký význam pak přikládá sympatii a lásce, které se objevují až v poměrně pozdních etapách fylogeneze.

V závěru své knihy uvádí prof- Eibel-Eibesfeldt, že pouze ve spojení lásky a rozumu spatřuje šanci humanitní evoluce, neboť pouze toto spojení může vykompensovat nedostatky vrozených adaptačních mechanismů.

Čtenáře knížky napadne, že by jistě bylo možné se ptát, jak může pan profesor vědět, že měl divoch v době ledové vrozený strach z cizinců, hadů a pavouků atp. – potkal snad někdy nějakého? Vždyť teoreticky by měl tento divoch disponovat genetickou výbavou svých pra-pra-prapředků a bát se tak spíše – kdo ví – třeba zelených bobulí nebo hořícího porostu. Jinými slovy: předpokládá-li, že byl divoch doby ledové biologicky adaptován na své prostředí, jde zřejmě o hypotézu, pro kterou nemá pádné empirické doklady a jejíž logická platnost není ani v rámci jeho vlastního teoretického systému asi zcela neproblematická. Tvrdit cokoliv o genetické výbavě a o chování lovce doby ledové znamená prostě nutně spekulovat. Spekulace profesora Eibel-Eibesfeldta jsou však velmi poučné a inteligentní a jeho závěry lze ostatně přijmout i při vědomí problematičnosti jeho premis. Knížku proto nelze než doporučit k četbě a zamyšlení. Mimo jiné i proto, že ukazuje, že učení tohoto moderního biologického determinismu nemusí vždy nutně implikovat pedagogický pesimismus.

Karel Hnilica