STATI

K pojetí zásady názornosti

Doc. RNDr. DANUŠE KUNOVJÁNKOVÁ, CSc.,
pedagogická fakulta Univerzity Karlovy, Praha

V sedmdesátých letech konstatuje naše pedagogika zásadní odklon didaktiky od jednostranného a zjednodušeného chápání vyučovacího procesu jen jako působení souboru vnějších činitelů na žáka[1] a na základě studií Elkoninových, Davydovových a výzkumů Zankovových hovoří o budování nového didaktického systému.[2] V souvislosti se stoupající teoretičností vědy a lavinovitým růstem objemu vědeckých poznatků jsou zdůrazňovány rostoucí nároky na abstraktní myšlení[3] a předpokládá se osvojování učiva na vyšší úrovni zobecnění a užití deduktivní metody výkladu dříve, než bylo dosud obvyklé.[4] Zákonitě tedy „vzniká potřeba nově osvětlit zásadu přiměřenosti, názornosti aj."[5] Podobně v sovětské pedagogice nacházíme požadavek nového soupisu a znění didaktických zásad a zdůrazňuje se, že „musí být takové, aby se při jejich realizaci formovaly základy vědeckoteoretického myšlení".[6] Rozpracování těchto zásad je označováno za komplexní problém všech odvětví psychologie a pedagogiky.[7] Přitom „vědeckoteoretické myšlení" a „abstraktní myšlení" jsou chápány v duchu dialektiky: jde o schopnost žáků „tvořit vědecké pojmy a přemýšlet o skutečnosti jejich prostřednictvím".[8] Ale právě takovou abstrakci má na mysli i didaktika matematiky, neboť hovoří o „dočasném odvrácení se od konkrétního materiálu, které dovolí hlubší a správnější pochopení skutečnosti".[9] Je proto na místě otázka, zda může didaktika matematiky přispět k novému osvětlení zlatého pravidla vyučování.

Zjistili jsme, že již na počátku šedesátých let byla zásada názornosti v naší didaktice matematiky živě diskutována právě v souvislosti s požadavkem rozvoje abstraktního myšlení žáků;[10] časový předstih proti jiným oborovým didaktikám i obecné didaktice je jistě způsoben tím, že matematika předbíhá ostatní vědy v úrovni abstrakce a to se odráží i ve vyučování. Lze proto předpokládat, že pozitivní výsledky, týkající se rozvoje abstraktního myšlení ve vyučování matematice, mohou být využity při hledání takového pojetí zásady názornosti, v němž nebude rozpor mezi současným charakterem vědy a vyučováním.[11] Postupovali jsme tak, že jsme pojetí nejdříve vytvořili na základě rozboru poznatků marxistické gnozeologie, pedagogiky a psychologie a výsledků některých psychologicko-didaktických experimentů a pak je potvrdili prostřednictvím vlastních nebo publikovaných výsledků z didaktiky matematiky. V tomto příspěvku o uvedených otázkách pojednáme.[12]

V socialistické pedagogice je zásada názornosti chápána především jako požadavek využít ve vyučování všech dostupných a vhodných prostředků a metod, které umožňují žákům vytváření jasných představ a pojmů.[13] Tam, kde didaktikové matematiky považují názornost za škodlivou,[14] jde zřejmě o její úzké senzualistické pojetí, které bylo již dříve odmítáno i v pedagogice[15]; taková názornost může pomoci pouze při empirickém zobecňování. Vědecké pojmy však vznikají orientací na podstatu jevů, souvislosti mezi nimi, uvědomováním si myšlenkové činnosti při jejich vzniku a užívání a vytvářením jejich systému.[16] Proto pedagogové průběžně usilují o aktualizaci zásady názornosti. Názor je považován nejen za nositele informací o poznávané skutečnosti, ale také za prostředek sloužící k formování myšlenkových operací žáků a ovlivňující nejen poznávací procesy, ale i city a vůli.[17] Zdůrazňuje se funkce názoru i při upevňování vědomostí, dovedností a návyků, při jejich použití a prověřování, a podtrhuje se spojení předmětu, slova a činnosti.[18] Požadavek názornosti je tím dáván do souvislosti se zásadou spojení teorie s praxí. Důkazem toho, že názornost je nově promýšlena, je objevení se termínů „nižší a vyšší abstrakce“,[19] „názor vyššího typu“,[20] „schematická názornost“,[21] „kategoriální názornost“,[22] „operativní názornost“,[23] „přímý a nepřímý názor“,[24] „symbolická názornost“,[25] „konkrétní a abstraktní názornost“.[26] Názornost je chápána také jako vlastnost procesů, které mohly vést k vytvoření názoru, jímž se myslí, i porozumění; za názorný prostředek se považuje jednak mimojazykový prvek v kombinaci s prvky jazykovými, jednak jazyk.[27] Hovoří se o názornosti pedagogovy mluvy[28] a slovu učitele ve vyučování se přisuzuje i rozhodující úloha, dokonce i pro výuku matematiky.[29]

Zdůrazněním úlohy konkrétních činností a jazyka ve vyučování anticipuje pedagogika 60. a 70. let výsledky psychologů, kteří objasnili princip činnosti jako základ vyučování. Metodou komplexní komparace fylogenetických a ontogenetických dat týkajících se poznávání dospěli k závěru, že činnost žáků musí být organizována tak, aby smyslové opory odrážely podstatné vztahy a souvislosti a staly se prostředkem formování abstraktních pojmů. Předpokládají, že úkony či systém úkonů, jež žákovi odkryjí podstatu jevu a povedou k pojmu o něm, je třeba odvodit z fylogeneze pojmu.[30] Objevuje se také požadavek marxisticko-leninské gnozeologie, aby vyučování ve zkrácené formě reprodukovalo skutečný historický proces zrodu a vývoje poznávání; dítě má ve zvláštní formě opakovat objevy lidí předchozích pokolení. Tato teze o nutnosti začínat vyučování od pramenů poznání však nemá vést k vnějšímu chronologismu; je třeba zopakovat logiku vykonané cesty, která odpovídá skutečným dějinám předmětu a ne dějinám teoretických představ o jeho vývoji. K opatrnosti v tomto směru nás filozofové nabádají slovy K. Marxe, že věda buduje jednotlivá obyvatelná poschodí dříve, než položí základy. . .[31] Pedagogika tedy správně odmítá převádění absolutní rezultativní podoby vědy a jiných oblastí společenské praxe do vyučování, neboť to vede k encyklopedismu, formalismu, verbalismu a oddělování obsahových a procesuálních stránek vyučování, a zdůrazňuje, že skutečně účinná modernizace vyučování musí být založena ve všech aspektech na tom typu racionality, který je charakteristický pro soudobou vědu a společenskou praxi.[32]

Psychologové dále požadují, aby subjekt přešel od navenek rozvinutých úkonů k úkonům ve verbání rovině a pak k jejich postupné interiorizaci, v důsledku čehož tyto nabudou rázu zkrácených rozumových operací.[33] Obecnou cestu přeměn materiálních úkonů v rozumové operace odůvodnil P. J. Gaľperin se svými spolupracovníky.[34] N. F. Talyzinová rozpracovala Gaľperinovy myšlenky, použila výsledků výzkumné činnosti svého kolektivu a dospěla k závěrům, které korespondují s Davydovovými požadavky na formování teoretického zobecnění ve vyučování, vedoucího k vědeckým pojmům.[35] Konkrétní výsledky získala při formování obecného způsobu důkazu v geometrii a řešení aritmetických úloh.

Analýza budování vědeckých abstrakcí ukázala, že proces abstrahování se zakládá na odhalování nezávislostí zkoumaného předmětu na některých faktorech. Proto lze předmět nahradit jeho modelem — materiálně realizovaným nebo myšleně představovaným předmětem — systémem, který zobrazuje nebo reprodukuje objekt zkoumání a je schopný zaměnit jej tak, že studium modelu nám dává novou informaci o objektu. Modely jsou jednotou individuálního a obecného, v níž vystoupily do popředí momenty podstatného rázu, a proto jsou (včetně znakových systémů) důležitou názornou pomůckou ve vyučování. Model má fixovat vztah, jenž byl odhalen předmětným úkonem jako podstatný. Princip modelování se začíná uplatňovat tam, kde obsahem vyučování jsou vztahy a souvislosti mezi předměty, neboť tradiční princip názornosti zde zdaleka nestačí. Přechází se od shody geometrické přes fyzikální až po shodu s matematickým popisem.[36]

S. L. Rubinštejn se zabývá úlohou jazyka a nelingvistických znaků při rozvíjení a zpřesňování myšlenky[37] a J. Linhart zkoumá úlohu znakových systémů při formování rozumových operací, neboť umožňují přechody poznání od názorných představ až k abstraktnímu myšlení. Svými pokusy Linhart potvrdil, že uspořádání znaků významně působí na řešení problému. Proto užití znakových systémů při formování myšlení žáků přičítá zásadní význam pro zvýšení efektivity vyučování.[38] Psychologové podtrhují nutnost osvětlení této problematiky základním výzkumem;[39] řady zcela konkrétních výsledků však už bylo dosaženo. Nejdůležitější roli při tom sehrály didaktické experimenty, v nichž byly znakové systémy užity, a pozitivní zkušenosti s nimi pak přeneseny do vyučování. Jako příklad lze uvést experiment, který předcházel zavedení nového pojetí vyučování matematice na 1. stupni základní školy v ČSSR.[40]

Při stanovení obsahu principu názornosti nesmíme zapomenout ani na osvojování pojmů v procesu řešení úloh, ani na uplatnění analýzy prostřednictvím syntézy, kterou Rubinštejn rozumí odhalování vlastností předmětů a jevů tím, že se při řešení problémů zapojují do nových vztahových systémů,[41] což lze navozovat pomocnými úkoly, ani na požadavek opírat se při formování vědeckých pojmů o jistou úroveň empirických pojmů.[42]

Všech dosud uvedených poznatků jsme využili k vytvoření komplexního pojetí zásady názornosti; to nyní uvedeme přehledně v bodech a spolu s tím i výsledky didaktiky matematiky, jež potvrzují, že pojetí odpovídá současnému charakteru vědy, neboť přispívá k rozvoji abstraktního myšlení žáků.

1. OPÍRAT SE O JISTOU ÚROVEŇ EMPIRICKÝCH POJMŮ, VYCHÁZET Z ŽIVOTNÍCH ZKUŠENOSTÍ ŽÁKA

M. Hejný s J. Rybárovou experimentálně potvrdili, že učitel opírající se o životní zkušenosti žáka dosahuje vyšší efektivity vyučování. Nedostatečné zapojení životních zkušeností do pojmotvorného procesu a urychlené odtrhávání teoretického poznávání od praktické činnosti považují za příčinu formálnosti poznávání. Popsali „metodu kombinované diskuse", pomocí níž může učitel velmi účinně vést žáky k organickému propojení životních zkušeností a teoretických pojmů.[43] Metoda je odpovědí na otázku, jak má učitel navodit mezi zkušenostmi žáků a problémem určité spojení na základě náležité situační analýzy, což požaduje J. Skalková, neboť bylo zjištěno, že zkušenosti nepůsobí samy o sobě.[44] Požadavky na pojmotvorný proces ve vyučování matematice jsou u těchto autorů v souladu s Gaľperinovou teorií interiorizace a potvrzují i nutnost komplexního chápání názornosti.

2. ORGANIZOVAT PROBLÉMOVÉ VYUČOVÁNÍ, JEHOŽ PRINCIPEM JE OBJEVOVÁNÍ

Objevy žáků jsou možné spíše na základní škole, kde lze matematické poznatky abstrahovat z jevů obklopujících žáky. Konkrétním komplexním výsledkem v tomto směru je nová koncepce vyučování matematice na 1. stupni základní školy. Jsou publikovány i dílčí výsledky a doporučení týkající se „znovuobjevování" při výuce matematiky.[45]

2.1. Při vhodných činnostech reprodukovat předmětně materiální podmínky vzniku a vývoje zkoumaných pojmů (genetický princip) a formovat teoretické myšlení analýzou faktických údajů, fixováním podstaty jevu a odhalením a řešením protikladů.

V. a M. Hejných odvodili z fylogeneze poznávacího procesu požadavky na ontogenezi pojmů číslo a limita;[46] z fylogeneze logiky odvodili postup vyučování, který experimentálně prověřili v 5. ročníku ZŠ s kladným výsledkem.[47] Nejdříve otřásli vírou dětí, že jazyk, kterým myslí a hovoří, je jasný a evidentní; žáci poznali, že jazyk je plný nástrah, a to je silně stimulovalo pro logiku. Ve fylogenezi matematického myšlení rozlišil M. Hejný tři etapy; podle předthaletovského období, kdy poznávání struktury a kauzality se odehrávalo v oblasti mezilidských vztahů, doporučil pro předškolní věk, aby rodiče vytvořili dítěti klima podnětné ve směru kauzality: ve stejných podmínkách nemají reagovat odlišně, příliš autoritativní výchovou nemají znemožňovat zrod „spekulativního myšlení".[48]

Také v učebnici geometrie pro gymnázia užil M. Hejný jako autor zákonitostí fylogeneze matematických pojmů při jejich formování v ontogenezi; didaktikové matematiky hovoří o uplatnění genetického principu, který charakterizují jako jemněji a důkladněji propracované problémové vyučování.[49] Na námitku, že genetické seznamování se se všemi pojmy je časově neúnosné, odpovídají, že „stačí vybrat vhodné reprezentanty a z jejich zapojení do genetické výstavby se bude rozvíjet celá poznatková struktura žáka“.[50]

I v nové koncepci vyučování matematice na 1. stupni ZŠ vidíme konkrétní příklady zavedení pojmů v souladu s jejich fylogenezí (například jednotky délky, číslo, násobení). Zajímavé experimenty s uplatněním fylogeneze matematických pojmů ve vyučování provedl V. V. Davydov; týkaly se formování pojmů číslo,[51] zlomek a operace násobení[52].

2.1.1. Prostřednictvím efektivního orientačního základu předmětných úkonů dosáhnout dostatečného zobecnění při formování pojmů, aby tyto mohly být stupínky pohybu myšlení od abstraktního ke konktrétnímu (formování vědeckých pojmů, opírající se o teoretické zobecnění)

Na otázku, jak vést žáka obecnými pokyny pro duševní práci, schopnými transferu, dala didaktika matematiky řadu konkrétních odpovědí.[53] Patří k nim i nová koncepce vyučování matematice na 1. stupni ZŠ, neboť nové pojmy jsou zaváděny prostřednictvím manipulací s konkrétními předměty, děti přitom dostávají potřebné dostatečně obecné orientační základy těchto činností a dbá se i na pohyb myšlení od abstraktního ke konkrétnímu.

Také některé experimenty N. F. Talyzinové a N. A. Menčinské byly zaměřeny na matematické vyučování. Bylo prokázáno, že větší obecnost informací, jimiž se žák při činnosti řídí, zvyšuje efektivnost vyučování.[54]

Didaktika matematiky stále hledá cesty k dosahování dostatečného zobecňování[55] a současně přehodnocuje postup od abstraktního ke konkrétnímu, který byl na počátku sedmdesátých let uplatňován při modernizaci vyučování matematice na gymnáziích na základě teoretickomnožinového přístupu; svědčí o tom nové učebnice.

2.1.2. Po etapách přejít od předmětných úkonů k rozumovým operacím (interiorizace činnosti)

Psychologické teorie, které za základní mechanismus lidského myšlení považují proces interiorizace, odpovídají operativnímu charakteru matematiky. Už na počátku šedesátých let se v didaktice matematiky hovoří o potřebě organizovat různé žákovské činnosti s předmětem nebo jevem, který přijímáme za názornou základnu při vytváření matematických abstrakcí.[56] V časopise Matematika a fyzika ve škole nacházíme konkrétní doporučení, jak má učitel řídit přechod od konktrétních činností k myšleným útvarům a operacím s nimi.[57] Také metodické příručky obsahují taková doporučení. Pro vyučování matematice na základní škole je tedy splněn požadavek, aby i na našich školách byla Gaľperinova teorie uvedena do praxe.[58]

2.1.3. Odhalovat vlastnosti předmětů a jevů jejich zapojováním do nových vztahových systémů (analýza prostřednictvím syntézy, systemizace pojmů)

H. Bock sestavil úlohy pro žáky tak, aby odrážely mnohostrannost vztahů mezi pojmy, větami a postupy probíraného tématu učiva. Žáci, kteří příslušný úsek látky poznávali prostřednictvím těchto úloh, podstatně lépe splnili požadavky stanovené učebním plánem. Tím byly prokázány rezervy příslušné učebnice při zapojování jevů do různých vztahových systémů, aby mohly být odhaleny jejich vlastnosti.[59] Konkrétní doporučení v tomto směru nacházíme v učebnicích didaktiky matematiky[60] i v metodických příručkách pro ZŠ. Již ve 2. ročníku ZŠ jsou žáci vedeni k analýze prostřednictvím syntézy, a to zejména při řešení složených slovních úloh; má-li žák určit, kolik prvků má jistá množina, musí ji zapojit do aspoň dvou vztahových systémů.

I systemizaci pojmů je na základní škole věnována značná pozornost; přitom je správně odmítána tzv. „antididaktická inverze“,[61] při níž se konečný výsledek matematického poznání reality, např. systém axiomatický, stává výchozím bodem vyučování a žákům zůstává skryt původ definic a tvrzení, praktické otázky, které vedly k vybudování teorie. Geometrie na 1. stupni ZŠ je ukázkou komplexních přístupů k řešení otázky názornosti vyučování: uspořádaný systém učiva, předkládaný žákům ne jako dogma, ale vytvářený pozorováním reality a pomocí konkrétních činností.[62]

2.2. Řešením problémových úloh odhalit novou neznámou nebo skrytou vlastnost objektu

V didaktice matematiky je zdůrazňováno, že zadání problémů, které jsou spjaty s praxí a jejichž řešení vyžaduje hlubší matematické poznatky než žák má, je motivací k rozšíření a prohloubení znalostí.[63] V souladu s tím je zavádění nových poznatků koncipováno, zejména pak na základní škole.

2.2.1. Osvojování pojmů organizovat jako proces řešení systému úloh

Ještě v roce 1975 konstatuje V. A. Oganesjan, že systém úloh v učebnicích matematiky neodpovídá v potřebné míře současným cílům učení, výchovy a rozvoje žáků a metodika užití úloh ve vyučování matematice nerealizuje v průběhu jejich řešení žáky možnosti, které poskytují. Problém sestavení vhodných úloh nebyl podle něho řešen ani v SSSR, ani v jiných zemích.[64] V ČSSR však v té době byla otázka vhodného systému úloh, pomocí něhož má být učivo osvojeno, řešena experimentem, který předcházel zavedení nové koncepce vyučování matematice na 1. stupni ZŠ v r. 1976. V metodických příručkách dostali pak učitelé podrobný návod, jak postupovat. Otázka vhodnosti systému úloh, pomocí nichž má být určité učivo osvojeno, popřípadě upevňováno či aplikováno, je dále řešena v rámci vědeckovýzkumných úkolů. Výstup úkolu „Ověřování účinnosti nové výchovně vzdělávací soustavy“[65] obsahuje návrh změn pořadí úloh v jednotlivých ročnících základní školy; šlo o úlohy k upevňování učiva či aplikacím. Ještě potřebnější by byly takové výzkumy u úloh, pomocí nichž se pojmy formují, aby učitel nebyl odkázán pouze na svou zkušenost.[66]

2.2.2. Odstupňovanou pomocí při řešení úloh realizovat analýzu prostřednictvím syntézy

Jednou z forem odstupňované pomoci žákům při řešení problémů jsou jistě otázky učitele a práce s odpověďmi žáků. Konkrétní doporučení v tomto směru najdeme v metodických příručkách k vyučování matematice na základní škole a také v odborných metodických časopisech.[67] Požaduje se, aby učebnice matematiky, a to i vysokoškolská, obsahovala pokyny k řešení úloh.[68] M. Volfová doporučuje realizovat pomoc žákům pomocí pracovního listu s připravenými návody.[69] Řeší i otázku využití návodu jako ukazatele vnitřního procesu myšlení.[70] Ukázku promyšlené odstupňované pomoci žákům jsme našli ve výstupech výzkumného úkolu „Řešení problémových úloh z matematiky jako příspěvek k rozvoji schopností tvořivého myšlení žáků".[71] Vlastním cílem bylo ověření hypotézy, že žáci ze třídy s novou koncepcí vyučování matematice mají více rozvinutou schopnost tvůrčího myšlení než žáci vyučovaní tradičně; sledovalo se, jaký stupeň pomoci musí být poskytnut žákům jedné i druhé skupiny při řešení úloh, neboť to podává informaci o skutečné úrovni rozumových operací, jíž dítě dosáhlo. Promyšlená odstupňovaná pomoc je zřejmě i vhodným prostředkem pedagogické diagnostiky ve vyučování a to je další důvod k tomu, aby jí byla věnována zvýšená pozornost.

2.2.3. Formovat zobecněné způsoby řešení úlohy

M. V. Potockij navrhuje, aby sbírky úloh poskytovaly žákům jakési pokyny použitelné pro celé třídy úloh, aby učily přístupu k úloze, tomu, čím začít, jak postupovat, jak užívat vzorců, na co zaměřit pozornost, nad čím se zamýšlet.[72] Představuje si, že by sbírky úloh měly obsahovat úlohy typu:

- sestavte úlohu, pro niž dvě dané úlohy jsou jejími dílčími případy;
- najděte dva způsoby řešení dané úlohy;
- zjistěte, proč daná věta přestává být pravdivou, když v její formulaci vynecháme jisté slovo.

Pro vyučování matematice je cenná Polyova rada: „... vyhledej takové rysy právě řešeného problému, které mohou být užitečné při řešení dalších problémů".[73] G. G. Mikulinová ve svých výzkumech, týkajících se formování zobecněných způsobů řešení úlohy u mladších žáků, fixuje podstatné vztahy pomocí písmen. Nejdříve je organizována materiální činnost, která je zachycena formulemi. Práce s písmeny není tedy zobecněním postupů s číselnými údaji, ale zachycuje ty závislosti veličin, které se stávají předmětem rozumové činnosti při řešení úloh. Mikulinová očekávala, že další výzkumy kvalitativně nového zobecnění otevřou cesty pro cílevědomé nalezení nových poznávacích možností žáků, pro výchovu nových forem rozumové činnosti, a připraví půdu pro vytvoření nových metodik vyučování matematice, zejména nové metodiky učení řešení slovních úloh.[74] Můžeme říci, že v nové koncepci vyučování matematice na 1. stupni ZŠ v ČSSR taková metodika byla vytvořena. Například postup při zavedení sčítání pomocí množinových diagramů je zároveň formováním zobecněného způsobu řešení slovních úloh, v nichž je třeba určit počet prvků sjednocení dvou množin, jejichž počet prvků známe.

Formováním zobecněných způsobů řešení úlohy se zabývala, jak jsme již dříve uvedli, i N. F. Talyzinová, a to u aritmetických úloh a u důkazů v geometrii. Jedině u takového řešení úlohy, při němž si žák uvědomí myšlenkové operace, může dojít k transferu a postup může být uplatněn i u dalších problémů.

2.3. Objevovat a řešit problémové situace v textu za účelem jeho pochopení

L. P. Doblajev považuje pochopení textu za myšlenkový proces spočívající v tom, že čtenář objevuje a řeší problémové situace obsažené v textu. Svými pokusy zjistil, že pochopení čteného zůstává velmi povrchní, pokud text není interpretován jako odpověď na implicitně obsaženou otázku. Zaměřil se u žáků na osvojení metody samostatné formulace otázek a jiných problémových výroků k obsahu textu a objevilo se zlepšení v pochopení dalších textů.[75]

J. Hniličková-Fenclová se zamýšlí nad tím, jak formovat schopnost žáků užívat učebnic matematiky k samostatnému studiu. Zdůrazňuje, že učitel musí nejdříve prostudovat učebnici, metodicky ji zpracovat, přizpůsobit třídě, ukazovat žákům různé možnosti přístupu k látce, učit je pracovat tvořivě. Tyto názory vyslovila jako příspěvek do diskuse probíhající na počátku šedesátých let v časopise Matematika ve škole[76] a týkající se některých tehdejších středoškolských učebnic matematiky; vyvolal ji článek K. Havlíčka „Zásady J. A. Komenského a naše dnešní učebnice matematiky".[77] Zatímco J. Hniličková-Fenclová hovoří o povinnosti učitele metodicky zpracovat učebnici, zaznívá z jiných diskusních příspěvků požadavek, aby učebnice byly metodicky zpracovány už autorem[78] tak, aby jich žák mohl užít i k samostatnému studiu. V závěrech redakce k této diskusi se připomíná známá skutečnost, že pro autory učebnic matematiky je těžké sladit požadavky na přesné vyjadřování s požadavkem živého slohu, blízkého vyjadřování mládeže příslušného věku. Redakce tehdy konstatovala, že „problematika učebnic je velmi rozsáhlá a zabývá se jí nevelký počet pracovníků".[79]

Další léta pak přinesla modernizaci vyučování matematice a s ní i nové učebnice na všech stupních škol. Snahou všech autorů jistě bylo napsat učebnici tak, aby byla žákovi přístupná, aby mimo jiné dokázal samostatně z ní nastudovat učivo. Je však třeba žáka k tomu vést, naučit jej chápat matematický text prostřednictvím objevování a řešení problémů, které obsahuje, byť implicitně. V dalších vydáních učebnic by mohlo být využito zkušeností učitelů tak, aby sám autor učebnice pomáhal žákům tyto problémy odhalovat, například vhodným kladením otázek, eventuálně naznačováním odpovědí těm, kteří nedovedli odpovědět. Nemáme na mysli programovanou učebnici, ale konkretizaci poznatků L. P. Doblajeva pro vyučování matematice. Řešení těchto otázek je jistě velmi aktuální. Konkrétní výsledek uvádí V. A. Oganesjan jako třináct rad pro studující matematického textu a zdůrazňuje, že nemají být předkládány v deklarativní formě; učitel musí prokázat jejich účinnost přímo ve vyučovací hodině.[80]

3. VYUŽÍT MODELU JAKO TAKOVÉHO POPISU SKUTEČNOSTI, KTERÝ UMOŽŇUJE ODPOVÍDAT NA OTÁZKY, NA NĚŽ NEJSOU ODPOVĚDI PATRNÉ PŘÍMO Z REALITY

Podle F. Kuřiny je tvorba názorného modelu úlohy první etapou její matematizace a realizuje se pomocí určitého morfismu. Je-li úloha vhodně zobrazena, může žák v modelu provést řešení, které pak interpretuje v realitě jako odpověď na otázku položenou v úloze.[81]

3.1. Přirozený jazyk

I přirozený jazyk umožňuje žákům získat novou informaci, jež nevzniká bezprostředním vnímáním. Děje se tak při sdělení učitele, při zobecňování a při hledání odpovědí na otázky učitele. M. Hejný s J. Rybárovou experimentálně potvrdili, že volba komunikačních prostředků má ve vyučování matematice významnou úlohu. Uvádějí, že zkušení učitelé pružně reagují na nepochopení žáků, snižují abstrakční úroveň, hledají názorné modely, opírající se o životní zkušenost žáka. Konstatují, že práce učitele by byla značně efektivnější, kdyby se mohl opřít o objektivně zjištěné, vědecky zdůvodněné a experimentálně prověřené výsledky.[82] Také účastníci mezinárodního kongresu o vyučování matematice v Berkeley roku 1980 volají po hledání jazykových prostředků vhodných ke sdělování matematiky žákům různého věku.[83] H. B. Griffiths na tomto kongresu zdůraznil, že jazyk školské matematiky musí plnit úlohu mostu mezi jazykem matematickým a jazykem hovorovým. Manipulační materiály sloužící k uvedení malých dětí do aritmetiky považuje za zdařilý můstek; ve vyšších třídách se takový most ještě hledá.[84]

3.1.1. Využít všech funkcí jazyka

Také psychologové konstatují, že objasnění vnitřní jednoty řeči s poznávacími procesy si vyžádá další výzkumy.[85] Pro vyučování matematice je doporučováno vést žáky k slovnímu popisu myšlenkových operací;[86] pozitivní výsledky potvrzují požadavek využít souvislosti mezi označovací funkcí jazyka a dalšími jeho funkcemi — vybavovací, regulační, motivační, generalizační, fixační a expresívní.[87] M. V. Potockij přisuzuje živému slovu učitele ve vyučování matematice rozhodující úlohu. Na příkladech uvádí, jak lze zvýšit porozumění žáků užitím psychologicky vhodnějších formulací. Klade důraz na souhlas řeči a označení. V uplatnění citové funkce řeči vyučujícího spatřuje záruku udržení pozornosti žáka a uvádí i konkrétní případ toho, že k vysvětlování může napomoci i gesto vyučujícího.[88]

3.1.2. Formulací a reformulací problému a postupů jeho řešení rozvíjet a zpřesňovat myšlenku

Zkušení učitelé matematiky dosahují reformulací sdělení, otázek a úloh porozumění žáků. A. N. Bogoljubov uvádí ukázky přeformulování úloh, aby byly pro žáky snazší, a také příklad reformulace úlohy žákem.[89] Byly publikovány i další užitečné poznatky týkající se konkrétního učiva.[90] Za reformulaci se přitom pokládá i přechod od přirozeného jazyka k dalšímu znakovému modelu (např. grafickému), popřípadě přechod mezi kterýmikoli znakovými odrazy reality (obsah požadavku 3.2.2.).[91] Z. Krygowská doporučuje učit žáky překladu slovního textu do posloupnosti konkrétních nebo symbolických operací na rozdíl od praxe několikerého pasívního čtení textu bez porozumění.[92] Přechody mezi znakovými systémy ve vyučování matematice na 1. stupni ZŠ u nás byly podrobeny didaktickému výzkumu a v roce 1976 zavedeny do výuky; metodické příručky vedou učitele ke splnění požadavku 3.1.2. i 3.2.2., o němž se zmíníme později.[93]

3.2. Další znakové modely (grafické)

Nová koncepce vyučování matematice pracuje se znakovými modely reálných situací v zájmu zavedení aritmetických i geometrických pojmů a operací. Znakový odraz reality vzniká tak, že učitel nejdříve organizuje určité materiální činnosti žáků, jež jsou východiskem při vytváření nových poznatků. Teprve po fázi materiální činnosti přechází učitel ke znázornění té situace na magnetické tabuli — pomocí obrázků či maket předmětů, s nimiž žáci manipulovali (jde tedy o určitý znakový model situace), a až potom se daná situace znázorňuje na tabuli množinovým diagramem (znakový model odpovídající vyšší abstrakci). Projdou-li žáci uvedenými etapami znakového odrazu reality, budou vzniklý znakový model chápat jako obraz reality a mohou ho využít k řešení reálných problémů. Také v geometrii se materiální činnost znázorňuje pomocí modelů, a to nejdříve fyzikálních (špejle, modelína, proužky papíru apod.), potom grafických. Základní geometrické pojmy — bod, úsečka — vznikají prostřednictvím znakového modelu reálné situace a stejně žáci poznávají i relace a operace v geometrii (porovnání úseček a úhlů, grafický součet a rozdíl úseček a úhlů).

Kromě tohoto pojetí modelu jako znakového odrazu reality užívaného při formování pojmů setkáme se s pojmy „model", „modelování" i v souvislosti se znázorňováním matematických pojmů užitím jistých pomůcek. Na vyšším stupni totiž většinou nemůžeme pojmy formovat jako bezprostřední odraz reality; proto se hovoří o nutnosti modelování pojmů, které má napomoci jejich pochopení a vytvoření schopnosti je aplikovat.[94] V této souvislosti bývá vyzdvihován i význam analogie, neboť má významnou roli v tvorbě hypotéz i při řešení úloh.[95]

3.2.1. Využít všech funkcí znakových systémů

Znak označuje určitou reálnou situaci (například diagram sjednocení dvou množin znázorňuje vytvoření nové množiny ze dvou tak, že do nové množiny patří prvky náležející aspoň jedné z množin). Generalizační funkce znaku spočívá v tom, že odráží společné rysy celé třídy věcí, a proto znak je nástrojem pro vyjasnění podstaty věcí a jevů. Příkladem je, že počet prvků ve sjednocení dvou disjunktních množin určíme sčítáním, známe-li počty prvků těch dvou množin; odčítáním se určí počet prvků v jedné z množin tvořících sjednocení. S označovací funkcí znaku souvisí podle Linharta funkce vybavovací a dále regulační a motivační.[96] Jakmile tedy žák označí skutečnost pomocí vhodného diagramu, například sjednocení dvou množin, uplatní se vybavovací, a tím i regulační funkce znaku a žák bude umět určit počet prvků kterékoli z těchto tří množin, zná-li počet prvků ve zbývajících dvou.

Metodické texty pro učitele jsou podrobným návodem, jak pracovat se znakovými systémy, ale uvedenými funkcemi znaků se explicitně nezabývají. Je nejvýš pravděpodobné, že výzkumy v oblasti užití funkcí znakových systémů by přinesly další zkvalitnění a zefektivnění vyučování matematice na 1. stupni ZŠ.

3.2.2. Pracovat s vícerými znakovými odrazy reality, uskutečňovat přechody mezi nimi

Vzhledem k tomu, že uspořádání znaků působí významně na řešení problému,[97] lze uvítat, že v upraveném vydání pracovních sešitů byly omezeny předtištěné množinové diagramy a žáci je budou vytvářet sami, ať již v průběhu objasňování učiva, nebo při řešení úkolů.[98] Kladně lze hodnotit také tendenci používat kromě množinových diagramů i jiných vhodných prostředků ke znázornění. Vždyť v úlohách s údaji délky, šířky, hloubky, výšky apod. je adekvátnější doporučované znázornění pomocí úseček.[99]

Za znakový model lze považovat i užití barev; příkladem je Papyho přístup k užití barev při důkazových úlohách. Důsledné znázornění předpokladů jednou barvou a tvrzení jinou barvou usnadňuje soustředění žáků na podstatné prvky úvahy. Postup důkazu je pak možné znázornit posloupností obrázků, v nichž se barva předpokladů postupně přemísťuje k barvě tvrzení.[100] Experimentálně potvrdil význam užití barev v záznamech žáků pro pochopení souvislostí mezi pojmy D. Driensky.[101] Jistý tematický celek probíral v 1. skupině tak, že k zápisu na tabuli užíval jen bílé křídy, ve 2. skupině používal kříd barevných, aniž uplatnil jakýkoli systém, a ve 3. skupině měla každá použitá barva v zápise či obrázku určitý význam. Po třech hodinách výkladu zjišťoval vědomosti žáků; nejlepších výsleků dosáhla 3. skupina, jejíž poznatky tvořily logický systém, v němž si žáci uvědomovali i souvislosti. 2. skupina vykázala nejhorší výsledky; zřejmě použité barvy vytvořily v žácích představu neexistujících souvislostí a naopak skutečně existující souvislosti nebyly žáky zaznamenány. Je to varování pro učitele, kteří užívají barev jen formálně, aniž promýšlejí, jaké souvislosti a vztahy lze žákům prostřednictvím barev v záznamech přiblížit.

3.3. Modely fyzikální

Mnohé pomůcky pro vyučování matematice na 1. stupni ZŠ jsou fyzikálními modely; učitelé jsou metodickými příručkami vedeni k jejich vhodnému uplatnění, ať už při zavádění nových pojmů, či při formování dalších rozumových operací. Kladem je, že řada takových pomůcek pro vyučování matematice může být využita nejen v různých fázích tohoto vyučovacího předmětu, ale i v dalších předmětech, například makety ovoce, zeleniny, zvířat apod., užívané k vytváření množin, nacházejí uplatnění v prvouce, v českém jazyce při slohovém výcviku, ve výtvarné výchově a v pracovním vyučování. Pomůcky také podporují a rozvíjejí nové formy práce — ve dvojicích a skupinách —, dávají možnost řešit reálné problémy a vedou k rozvoji samostatné práce.

4. UPLATNIT PRAXI V ZÁVĚREČNÉ FÁZI POZNÁVACÍHO PROCESU

Aplikace bývají považovány za nejsilnější motivaci pro žákovskou zvídavost po matematických poznatcích a jsou pokládány za nejdůležitější prostředek, jak zbavovat školskou matematiku formálnosti a prokázat její užitečnost. Prvním předpokladem aplikování matematiky je vytvoření matematického modelu reality; dalším předpokladem je umět řešit problémy — tím jsou dány hlavní úkoly školské matematiky. Z. Krygowská vytyčuje jako důležitý úkol současné didaktiky matematiky modernizaci úloh s technickým obsahem a za nové oblasti aplikací matematiky považuje informatiku a sociometrii.[102]

Existuje mnoho teoretických studií na téma „aplikace“, didaktici dávají mnoho rad v tomto směru, ale učitelům stále chybí konkrétní materiál. Proto Kabinet didaktiky matematiky Matematického ústavu ČSAV považuje za první pomoc učitelům metodické zpracování několika aktuálních témat.[103] Největším problémem jsou aplikace na 2. stupni ZŠ; 1. stupeň ZŠ se s touto problematikou vyrovnává velmi úspěšně — děti už od 1. ročníku soustavně používají matematického aparátu k řešení reálných problémů.

Skutečnost, že vytvořené pojetí zásady názornosti je v souladu s pozitivními výsledky, jichž bylo dosaženo při hledání cest rozvoje abstraktního myšlení žáků ve vyučování matematice, dovoluje předpokládat, že toto pojetí lze uplatnit při formování abstraktního myšlení i v jiných vyučovacích předmětech. Konkrétní cesty je třeba hledat. Vzhledem k tomu, že základním požadavkem nově vytvořeného pojetí názornosti je nalezení takových úkonů, jejichž prostřednictvím lze ve vyučování formovat pojmy, je třeba zařadit do dlouhodobých pedagogických výzkumů hledání vhodných činností, a to pomocí vyhodnocených experimentů. Také další požadavky, které nový pohled na názornost přináší, je možno splnit na základě psychologicko-didaktických experimentů a přispět tím k řešení problematiky názornosti v současnosti.

Zároveň je třeba si uvědomit, že odpověď na otázku pojetí zásady názornosti nemůže být nikdy definitivní; obsah této nejstarší didaktické zásady souvisí totiž s charakterem vědy, a ta se stále vyvíjí. V současné době je matematika charakterizována ne rostoucí teoretičností, ale naopak posílením praktického zaměření matematických poznatků.[104] Navíc nastupující proces algoritmizace vědění považuje Barabašev za hlavní znak změn charakteru veškeré vědy, což podle něho znamená nové možnosti přenášet z jedné vědní oblasti do druhé nejen výsledky výzkumu, ale i metody a postupy, kterými byly tyto výsledky získány.[105] Syntézu teoretické tradice a praktické orientace matematiky vidí v matematických modelech reality. Je tedy právem za hlavní úkol vyučování matematice považováno vytváření matematických modelů reality a v souvislosti s tím řešení problémů a rozvoj algoritmického myšlení. Podle našeho názoru jde však zároveň o úkol i pro ostatní vyučovací předměty, neboť reálné problémy jsou z oblastí studovaných v dalších předmětech; domníváme se proto, že v souvislosti s naznačeným budoucím vývojem matematiky--vědy a rýsujícími se možnostmi rozšíření jejího uplatnění v ostaních vědách bude vývoj pojetí názornosti ve vyučování postupovat k požadavkům na další prohloubení mezipředmětových vztahů tak, aby se žáci připravili na využití matematiky a výpočetní techniky v jednotlivých disciplínách a zároveň poznali, jak je těmito problémy podmíněn rozvoj matematiky. Tuto domněnku nepřímo potvrzuje V. G. Razumovskij v článku o komplexním programu výzkumu sovětské Akademie pedagogických věd na téma „Počítače ve škole".[106] Uvádí, že v souvislosti se zavedením předmětu základy informatiky a výpočetní techniky se přepracují osnovy pracovní a odborné přípravy žáků a též osnovy volitelných předmětů. V zájmu efektivního zavedení výpočetní techniky do škol mají být na práci s počítači připraveni nejdříve učitelé matematiky a fyziky a postupně i učitelé dalších předmětů.

Využívání výpočetní techniky ve vědě a ve vyučování nutně ovlivní i pojetí didaktických principů. Vědeckovýzkumné kolektivy zabývající se touto problematikou by proto měly mít takové složení, aby zaručovalo opravdu komplexní přístup k aktuálním otázkám názornosti ve vyučování.

POZNÁMKY

[1] Stračár, E.: *K vývojovým tendenciám a problémom teórie vyučovania v ČSSR.* Pedagogika, XXVI, 1976, č. 5, s. 569.

[2] Sýkora, M.: *Nové podněty k rozvoji obecné didaktiky v SSSR.* Pedagogika, XXVI, 1976, č. 6, s. 660.

[3] Skalková, J.: *Teoretické a metodologické problémy didaktiky v diskusi sovětských pedagogů.* Pedagogika, XXII, 1972, č. 2, s. 170.

[4] Skalková, J.: *Od teorie k praxi vyučování.* Praha, SPN 1978, s. 53.

[5] Citováno v [3].

[6] Babanskij, J. K.: *Metodologické problémy didaktiky.* Pedagogika, XXX, 1980, č. 1, s. 13.

[7] Davydov, V. V.: *Druhy zovšeobecňovania vo vyučovaní.* Bratislava, SPN 1977, s. 317.

[8] Tamtéž, s. 268.

[9] Krygowská, Z.: *Zarys dydaktyki matematyki,* III. Warszawa, Wydawnictwo szkolne i pedagogiczne 1979, s. 171.

[10] Dušek, F.: *Názornost ve vyučování matematice.* Liberec, pedagogický institut 1963; Havlíček, K.: *Zásady J. A. Komenského a naše dnešní učebnice matematiky.* Matemati-

ka ve škole, XI, 1960/61, č. 1, 2; *K závěru diskuse o aplikaci zásad J. A. Komenského ve vyučování matematice.* Matematika ve škole, XII, 1961/62, č. 8; *Otázka názornosti ve vyučování matematice.* Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, VIII, 1963, s. 15.

[11] Rozpor mezi charakterem vědy a vyučováním se od počátku 20. století stále prohluboval; tradiční koncepce vyučování, odpovídající historicky překonanému a ve vědě neplatnému typu racionality, již nevyhovuje. Podrobněji viz Sýkora, M.: *Charakter vědy a některé aktuální otázky obsahu vyučování.* Pedagogika, XXXIV, 1984, č. 5, s. 561.

[12] Podrobněji viz Kunovjánková, D.: *Princip názornosti ve vyučování matematice.* Kandidátská disertace, Brno, UJEP 1985.

[13] *Pedagogický slovník.* Praha, SPN 1967, s. 456.

[14] Citováno v [10]: Dušek, F., s. 10; Havlíček, K. 1963, s. 15.

[15] Danilov, M. A. — Jesipov, B. P.: *Didaktika.* Moskva, APN RSFSR 1957; Jůva, V.: *Pedagogický princip názornosti.* Brno, UJEP 1966.

[16] Linhart, J.: *Vývoj poznání a dialektického myšlení.* Československá psychologie, XXVI, 1982, č. 2, s. 124.

[17] Ondráček, J.: *Názorné vyučování na ZDŠ.* Praha, SPN 1967, s. 57.

[18] V. Jůva opírá své závěry o velmi podrobné gnozeologické, psychofyziologické a psychologické zdůvodnění principu názornosti: cit. v [15]; Z. Pešek uvádí, že samostatné činnosti žáků usnadňují procesy analýzy, srovnávání a abstrakce: *Didaktika.* Praha, SPN 1964, s. 67; M. Cipro považuje didaktickou jednotu slova—názoru—činu za záruku, že škola překoná verbalismus: *Učební pomůcky a didaktická technika v socialistické škole.* Pedagogika, XXVI, 1976, č. 3, s. 284.

[19] Dubec, A.: *Metodika matematiky.* Bratislava 1960.

[20] Zich, O.: *Názornost ve vyučovacím procesu a logické myšlení.* Učební pomůcky ve škole a v osvětě, III, 1963, č. 9, s. 141.

[21] Pešek, Z.: cit. v [18], s. 112; Jůva, V.: *Pedagogika jako věda.* Brno, UJEP 1977, s. 153.

[22] Kopecký, J.: *Kategoriální názornost (zkušenost) a pojem.* Učební pomůcky ve škole a v osvětě, V, 1965, č. 1, s. 1.

[23] Okoń, W.: *Teoretické základy didaktického systému v socialistické škole.* Pedagogika, XXI, 1971, č. 2, s. 228.

[24] Jůva, V.: *Některá teoretická východiska principu názornosti.* Učební pomůcky ve škole a v osvětě, 1971/72, č. 8, s. 114.

[25] Pospíšil, O.: *K diferenciaci problematiky názornosti.* Učební pomůcky ve škole a v osvětě, 1972/73, č. 4, s. 51; Jůva, V.: cit. v [21], s. 153.

[26] Oganesjan, V. A., a kol.: *Metodika prepodavanija matematiki v srednej škole.* Moskva, Prosveščenije 1975, s. 173.

[27] Pospíšil, O.: *Terminologické otázky názornosti.* Učební pomůcky ve škole a v osvětě, 1972/73, č. 7, s. 100.

[28] Jůva, V.: cit. v [21], s. 153.

[29] Potockij, M. V.: *Ob nekotorych obščich problemach metodiki obučenija matematike v vysšich klassach.* Sovetskaja pedagogika, 1973, č. 4, s. 42.

[30] Cit. v [7] a [16], s. 118.

[31] Iljenkov, E. V.: *O idoloch a ideáloch.* Bratislava, Pravda 1972.

[32] Cit. v [11], s. 560.

[33] Leonťjev, A. N.: *Myslenije.* Voprosy filosofii, 1964, č. 4, s. 283.

[34] Gaľperin, P. J. — Zaporožec, A. V. — Eľkonin, D. B.: *Problemy formirovanija znanij i umenij u školnikov i novyje metody obučenija v škole.* Voprosy psichologii, 1963.

[35] Talyzina, N. F.: *Upravlenije processom usvojenija znanij.* Izdateľstvo Moskovskogo univerziteta 1975, s. 90—184; Davydov, V. V.: cit. v [7], s. 308.

[36] Cit. v [7], s. 357.

[37] In: Linhart, J.: *Činnost a poznávání.* Praha, Academia 1976, s. 316.

[38] Linhart, J.: *Proces a struktura lidského učení* Praha, Academia, 1972, s. 378; *Odraz, znak a lidská činnost.* Československá psychologie, XXIII, 1979, č. 1, s. 9; *Metodologické otázky využití reflexní teorie, teorie odrazu a znaku v psychologickém výzkumu.* Československá psychologie, XXIII, 1979, č. 2, s. 91.

[39] Cit. v [38], 1979, č. 1, s. 7.

[40] Analýzu pojetí z hlediska možnosti uplatňování zásady názornosti viz: Kunovjánková, D.: cit. v [12].

[41] Cit. v [37], s. 345.

[42] Ďurič, L.: *Úvod do pedagogickej psychológie.* Bratislava, SPN 1981, s. 191.

[43] Hejný, M. — Rybárová, J.: *Pojmotvorný proces ve vyučování matematiky.* Pedagogika, XXXIV, 1984, č. 5, s. 604.

[44] Cit. v [4], s. 85.

[45] Cit. v [10], s. 32; [9], s. 100; Hejný, M.: *Skúsenosť kontra zdelenie.* Matematika a fyzika ve škole, 10, 1979/80, č. 3.

[46] Hejný, V. — Hejný, M.: *Prečo je matematika taká ťažká?* Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, XXIII, 1978, č. 2, s. 85.

[47] Hejný, V. — Hejný, M.: Matematika a fyzika ve škole, 11, 1980/81, s. 101, 168, 235.

[48] Hejný, M.: *Ke koncepcii syntetické geometrie.* Matematika a fyzika ve škole, 6, 1975/76, č. 8, s. 570.

[49] Horálková, J.: *Uplatnění genetického principu ve vyučování matematice.* Matematika a fyzika ve škole, 13, 1982/83, č. 3, s. 234.

[50] Cit. v [43], s. 602.

[51] Davydov, V. V.: *Analiz strojenija sčota kak predposylka postrojenija programmy po arifmetike.* In: *Voprosy psichologii učebnoj dejatelnosti mladšich školnikov.* Red. D. B. Elkonin. V. V. Davydov. Moskva, APN RSFSR 1962.

[52] Davydov, V. V.: *Psichologičeskij analiz dejstvija umnoženija.* In: *Psichologičeskije vozmožnosti mladšich školnikov v usvojenii matematiki,* red. V. V. Davydov. Moskva, Prosveščenije 1969.

[53] Bogoljubov, A. N.: *Rabota nad slovom pri rešenii zadač pro arifmetike v načalnoj škole.* In: *Puti povyšenija uspevajemosti po matematike.* Moskva, APN RSFSR 1955, s. 26; Hradecký, F. — Krygowská, Z.: *Pozorování a pokus ve vyučování geometrii.* Matematika ve škole, 1960, s. 42; Dušek, F.: cit. v [10], s. 8; Frantíková, L.: *O chybách, které vznikají nedostatečnou abstrakcí.* Matematika a fyzika ve škole, 19, 1968/69, č. 8, s. 427.

[54] Talyzina, N. F.: cit. v [35], s. 182, 199.

[55] Cit. v [49], s. 234.

[56] Hradecký, F.: cit. v [53], s. 60, 43.

[53] Dušek, F.: *Rozvoj prostorové představivosti.* Matematika ve škole, 14, 1963/64, s. 313.

[58] Říha, Z.: *Názorné pomůcky a Gaľperinova teorie interiorizace.* Učební pomůcky ve škole a v osvětě, 1976/77, č. 5, s. 75.

[59] Bock, H.: *Vytváření poznatků ve vyučování matematice za pomoci systémů úloh* (překlad F. Dušek). Matematika a fyzika ve škole, 9, 1977/78, č. 2, s. 110.

[60] Mikulčák, J.: *Didaktika matematiky.* Praha, SPN 1982, s. 75.

[61] Freudenthal, H.: *Mathematik als pädagogische Aufgabe,* Sv. 2, ruský překlad. Moskva, Prosveščenije 1983, s. 83, 180.

[62] M. Kořínek konstatuje, že nová koncepce vyučování matematice na 1. stupni základní školy byla vytvořena jako systém matematických poznatků a než byla z experimentálních tříd přenesena do praxe, musela prokázat, že rozvíjí myšlení žáků. *Problémy a perspektivy prvního stupně základní školy.* Praha, SPN 1978, s. 112.

[63] Cit. v [9], s. 4.
[64] Cit. v [26], s. 134.
[65] Odpovědný řešitel J. Müllerová, VÚP Praha.
[66] J. Skalková uvádí, že základním problémem pro učitele je především rozvíjení poznávacích procesů: cit. v [4], s. 90.
[67] Šarounová, A.: *Vhled při řešení matematických úloh.* Matematika a fyzika ve škole, 5, 1974/75, č. 4, s. 260; Dušek, F.: *Klademe otázky při vučování správně?* Matematika a fyzika ve škole, 12, 1981/82, s. 26; Kunovjánková, D.: *O některých poznatcích z pedagogické praxe.* Komenský, 107, 1982/83, č. 2, s. 95.
[68] Kraemer, E.: *Problémy jednotné přípravy učitelů matematiky.* Vysoká škola, XXIX, 1980/81, č. 4, s. 152.
[69] Volfová, M.: *Problémové vyučování* Matematika a fyzika ve škole, 9, 1978/79, č. 9, s. 658.
[70] Podle J. Skalkové je poskytnutí dodatečných informací účelné až po určité etapě analýzy a pokusů o vlastní řešení, třeba neúspěšných: cit. v [4], s. 84.
[71] Ambruš, J.: *Riešenie problémových úloh z matematiky ako príspevok k rozvoju schopností tvorivého myslenia žiakov.* In: Ďurič a kol.: *Psychológia a škola,* VIII. Bratislava, SPN 1981, s. 167.
[72] Potockij, M. V.: *Prepodavanije vysšej matematiki v pedagogičeskom institute.* Moskva, Prosveščenije 1975, s. 128—129.
[73] In: Šedivý, J.: *Hlavní rysy Polyových názorů na vyučování matematice a přípravu učitelů.* Matematika ve škole, 18, 1967/68, č. 7, s. 396.
[74] Mikulina, G. G.: *Psichologičeskije osobennosti rešenija zadač s bukvennymi dannymi.* In: *Psichologičeskije vozmožnosti mladšich školnikov v usvojenii matematiki.* Red. Davydov, V. V., Moskva, Prosveščenije 1969, s. 197.
[75] Doblajev, L. P.: *Smyslovaja struktura učebnogo teksta i problemmy jego vospitanija.* Moskva, Pedagogika 1982. In: Pedagogika XXXIII, 1983, č. 3, s. 401.
[76] Hniličková-Fenclová, J.: *Užívají naši žáci učebnic matematiky ke studiu?* Matematika ve škole, 1960/61, č. 9, s. 536.
[77] Havlíček, K.: cit. v [10], 1960/61.
[78] Faistauer, J.: *Zásady J. A. Komenského a naše dnešní učebnice matematiky.* Matematika ve škole, 1960/61, č. 7, s. 439; Odbočka JČMF ve Zvolenu: *Diskusný príspevok k vyučovaniu matematiky vo svetle zásad J. A. Komenského.* Matematika ve škole, 1961/62, č. 4, s. 217; Havlíček, K.: cit. v [10], 1961/62, s. 465.
[79] Redakce Matematiky ve škole, roč. 1961/62, č. 8, s. 469.
[80] Cit. v [26], s. 230—231.
[81] Kuřina, F.: *Morfismy ve vyučování matematice.* Matematika a fyzika ve škole, 15, 1984/85, č. 4, s. 223.
[82] Hejný, M. — Rybárová, J.: *Formulácia matematického textu.* Matematika a fyzika ve škole, 1980/81, č. 7, s. 448.
[83] Šedivý, J.: *Předpovědi změn v osnovách matematiky během 80. let.* Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, XXIX, 1984, č. 4, s. 219.
[84] Tamtéž, s. 218.
[85] Cit. v [37], s. 321.
[86] Cit. v [9], s. 128.
[87] Cit. v [38], 1979, č. 1, s. 5.
[88] Cit. v [72], s. 103—116.
[89] Bogoljubov, A. N.: cit. v [53], s. 25, 21.
[90] Matematika a fyzika ve škole, 1979/80: Kuřina, F.; 1980/81; Hejný, M, Rybárová, J.; 1983/84: Rybárová, J.

[91] Je to v souladu s požadavky psychologů; např. Linhart, J.: cit. v [37], s. 319.
[92] Cit. v [9], s. 87.
[93] *Metodická příručka k matematice pro 1. ročník základní školy,* SPN 1984, s. 70 — reformulace problému v přirozeném jazyce; *Metodická příručka k matematice pro 2. ročník,* SPN 1985, s. 57 — přechod k jinému znakovému modelu reality.
[94] Řešátko, M.: *Modelování matematických pojmů.* Matematika a fyzika ve škole, 15, 1984/85, č. 4, s. 231.
[95] Cit. v [81], s. 225.
[96] Cit. v [38], 1979, č. 1, s. 5.
[97] Cit. v [38], 1972, s. 378.
[98] Janků, M.: *Vyučování matematice v 1. ročníku.* Komenský, 108, 1983/84, č. 1, s. 11.
[99] Bálint, L.: *Ku koncepcii a výsledkom vyučovania matematiky podľa nových osnov v 1.—4. ročníku ZŠ.* Jednotná škola, XXXII, 1980, č. 8, s. 688.
[100] Cit. v [81], s. 225.
[101] Drienský, D.: *Vplyv farieb na účinnosť vyučovacieho procesu.* Učební pomůcky ve škole a v osvětě, 1974/75, č. 2, s. 60.
[102] Cit. v [9], s. 69.
[103] Vyšín, J.: *Co dělat, aby vyučování matematice bylo užitečné?* Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, XXVI, 1981, č. 5, s. 287.
[104] Barabašev, A. G.: *Dialektika razvitija matematičeskogo znanija.* Izdateľstvo moskovskogo univerziteta 1983, s. 136.
[105] Tamtéž, s. 146—147.
[106] Razumovskij, V. G.: *Komplexný program výskumu na tému Počítače v škole.* Jednotná škola, XXXVII, 1985, č. 7,s . 577—588.

ДАНУШЕ КУНОВЯНКОВА

К КОНЦЕПЦИИ ПРИНЦИПА НАГЛЯДНОСТИ

Статья реагнрует па современиое требование развнтия абстрактиого мышлеиия учеников и с тем связаииое требование осветить по иовому прииципиаглядности.

Факт, что в дидактике математики, в связи с требованнем развитня абстрактиого мышления учеников прииципнаглядиости уже раиьше живо обсуждался, нозволяет нам предполагать, что положительные результаты касающнеся обучения математике, помогут нам иайти такую концепцию принципа иаглядности, в которой не будет разногласия между современиым характером науки и обучеиием.

Автор создает комплексиое поиимаиие этого давиего дидактнческого прнцнпа при помощи зиаиия марксистской гиосеологии, педагогики и психологии и результатов иекоторых психолого-дидактических экспернмеитов и сопоставляет их с положительиыми результатами достигиутыми при поиске путей развития абстрактиого мышлеиия учеииков в математике. Отмечает соответствие между ними и иа этой осиове предполагает, что эту коицепцню можно использовать и прн формироваиии мышления в других учебиых нредметах. Далее прнводит осиовиые аспекты наглядности:

1. Полагаться па определенный уровеиь эмпирическнх поиятий, нсходить из жизиеииого опыта учеиика.
2. Вводить проблемиое обучеиие, приицнпом которого является процес открываиия.
   2.1. В умеcтиых деятельиостьях воспроизводить предметно-материальные условия возиикиовеиия и развития исследуемых

понятнй (генетическнй принцип) и формировать теоретическое мышлеиие при помощи аиалнза фактических даиных, фнкснрования сути явлеинй и раскрывания и решеиия противоречнй.

2.2. Решанием проблемиых задач отркывать иовые, до сих пор иезиакомые илн утаенные, свойства объекта.

2.3. Открывать и решать проблемиые ситуации в учебиом тексте для его более глубокого поиятия.

3. Использовать модель как описапие действительиости дающее возможность отвечать на вопросы даже тогда, когда ответы из реальиой действительности прямо ие вытекают.

3.1. Естествеиный язык.

3.2. Дальиейшие типы моделей (графическне).

3.3. Модели физикальиые.

4. Примененне практики иа заключительиом этапе позиавательиого процесса.

В заключение отмечает, что ответы па вопросы в области концеиции принцнпа наглядиостн ие могут быть окончательными, так как приицип тесно связаи с характером пепрерывио развивающейся науки. В наши дни математика опять опережает остальиые пауки. Для математики теперь характереи ие подъем теоретического уровия а иа оборот уснляется практическая ориеитировка математических зианий. Благодаря тому можем предполагать, что это оиять будет дидактика математики, которая стаиет аитиципировать развнтие приицилов иаглядиости. В связи с иаступающим процессом алгоритмизации зиаиий, автор предполагает, что концепция приицила наглядиости будет продвигаться к требованию дальнейшего углублеиия межпредметиой связи, чтобы подготовить учеииков к употреблеиию математики (включая вычислительиую техииику) в отдельиых днсциплинах и чтобы оии одиовремеино поняли, как эти проблемы обуславливают дальнейшее развитие математики.

DANUŠE KUNOVJÁNKOVÁ

A CONTRIBUTION TO THE CONCEPT OF THE PRINCIPLE OF THE OBJECT TEACHING

The article is a reaction on the contemporary requirement to develop the pupils' abstract thinking and on the need to enlighten newly the requirement of the object teaching which is relevant to the former requirement.

The fact that in the didactics of Mathematics that principle had been lively discussed in the past already, and that in the connection with the requirement of the abstract thinking of pupils, makes it possible to presume that the positive results achieved in Mathematics can be exploited for the forming of such a conception of the object teaching, that will give any room for a discrepancy between the contemporary science and the teaching.

The author has created a complex conception of making use of the marxist gnozeology, pedagogics and psychology, and of the results of some psychologically-didactic experiments in confrontation with the positive results achieved in searching for the abstract thinking development of our learners in the teaching of Mathematics. She stated here a harmony, and on this base she presupposes that it is possible to apply this conception also in other teaching subjects. Besides other suggestions she introduces the following aspects of objective teaching:

1. Exploitation of a certain standard of empiric concepts achieved through the pupils' life experience.

2. Organization of the problem teaching whose principles are to reveal and to discover.
   2.1. When choosing appropriate activities with the purpose to reproduct the material conditions of the origin and development of the concepts being investigated (the genetic principle), and to form theoretical thinking through the analysis of concrete data, finding the substances of certain phenomena and solving the opposites.
   2.2. To discover a new or an unknown quality of an object through solving a problem task.
   2.3. To discover and solve problem situations in a text with the purpose of their revealing.
3. To make use of a model for the description of the reality which makes it possible to react on questions to which answers are not perceptible from the reality directly.
   3.1. The natural language.
   3.2. Other signs models (graphical).
   3.3. Physical models.
4. Applying the practice in the final phase of the gnoseological process.

It is said in the conclusion of the article that the answer to the questions of the concept of the object teaching cannot be ever definite as this principle is relevant to the character of the science whose development is constant. At present Mathematics outruns other branches of science again, as it is not characterized by a growing absorbing of theories but in the contrary by strengthening the practical orientation of achievements in Mathematics. It is therefore possible that it will be Mathematics again which will anticipate the further development of the principle of objective teaching. In the connection with the start of the process of algorythmization the author thinks that all those items mentioned here will proceed the requirement of deeper inter-disciplinary relation among all the school-subjects so as to prepare the pupils for using Mathematics, the calculation techniques including, and at the same time so as to make them discover how a further development of Mathematics is conditioned through the problems of other branches.