

Pojmotvorný proces vo vyučovaní matematiky

Doc. RNDr. MILAN HEJNÝ, CSc.,
Matematicko-fyzikálna fakulta UK,
Bratislava

RNDr. JOLANA RYBÁROVÁ,
SOU obchodné, GR trustu podnikov Zdroj,
Bratislava

Problematika formalizmu je jednou z ústredných otázok súčasnej pedagogiky. Riešiť problematiku formalizmu znamená:

1. analyzovať príčiny vzniku formálnych poznatkov,
2. hľadať techniky, ktorými môže učiteľ diagnostikovať mieru formálnosti istej schémy vo vedomí konkrétneho žiaka,
3. rozpracovať pedagogické metódy, ktoré vedú k neformálnemu poznaniu, prípadne formálne poznanie reedukujú na neformálne.

V stati neskúmame formalizmus vo všeobecnosti, ale iba v špecifickom zameraní na otázky tvorby pojmov, pretože „pojmy sú jedným z hlavných produktov ľudskej psychiky; akonáhle raz vznikli, stávajú sa jednou z ťažkých síl rozvoja myslenia a psychiky vôbec,“ ako výstižne uvádza Z. Helus.¹⁾

Za hlavných nositeľov formalizmu vo vyučovaní (najmä matematiky) považujeme deformácie pojmotvorných procesov. Preto riešenie problematiky pojmotvornosti dávame na kľúčové miesto. Príčinu formálnosti poznávania pojmu vidíme v nedostatočnom zapojení životných skúseností žiaka do pojmotvorného procesu, v urýchlennom odtrhávaní teoretického poznávania od praktickej činnosti.

V prvej časti state analyzujeme mechanizmus pojmotvorného procesu a ukazujeme na tie jeho deformácie (a ich následky), ktoré sú príčinou formálnosti. V druhej časti opisujeme metódu kombinovanej diskusie, pomocou ktorej môže učiteľ veľmi účinne viesť žiakov k organickému prepojeniu životných skúseností a teoretických pojmov.

I. POJMOTVORNÝ PROCES

Vytváranie pojmu vo vedomí človeka alebo spoločnosti je dlhodobý a zložitý proces. Z množstva autorov, ktorí sa touto problematikou zaoberali, treba

osobitne vyzdvihnúť L. S. Vygotského, J. Piageta a I. P. Gaľperina. Z ich záverov sú pre naše ciele dôležité najmä tri myšlienky:

1. Pojmotvorný proces je možné analyzovať iba ako súčasť celkového rozvoja psychickej štruktúry človeka.

2. Vznik a pretvarovanie pojmu vo vedomí človeka je dôsledkom jeho aktívnej činnosti, úkonov, pomocou ktorých sa pojem prediferencováva a interiorizuje.

3. Pri štúdiu je vhodné rozložiť pojmotvorný proces na postupnosť genetiky na seba naväzujúcich etáp.

Hlavným cieľom analýzy pojmotvorného procesu — ako konečne každého psychického procesu — je odhalenie mechanizmov, ktorými sa uskutočňuje. Pri hľadaní týchto mechanizmov budeme postupovať metódou aplikácie dialektického zákona premeny kvantity na kvalitu.²⁾

Kvalitou v pojmotvornom procese chápeme hladinu abstrakcie, na ktorej je daný pojem (v danom čase) uložený vo vedomí jedinca. Kvantitou rozumieme množstvo skúseností, ktoré jedinec so sledovaným pojmom (v danom čase) nadobudol. Pojmotvorný proces je postupnosť kvalitatívnych zmien, teda prechodov z nižšej abstrakčnej hladiny na hladinu vyššiu. Tieto zmeny nazývame abstrakčnými zdvihmi. Nutným predpokladom abstrakčného zdvihu je dostatočné kvantum skúseností na nižšej abstrakčnej hladine.

Z uvedeného vyplýva kritérium, pomocou ktorého rozložíme pojmotvorný proces na etapy. Pod etapou pojmotvorného procesu budeme rozumieť také obdobie, v ktorom sa predstava skúmaného pojmu udržuje vo vedomí jedinca na približne tej istej hladine abstrakcie. O jemnosti členenia nemožno rozhodnúť s absolútnou platnosťou. Rôzni autori volia rôzne kritériá podľa potrieb konkrétneho výskumu. Nám sa javí vhodné členenie na štyri etapy v súlade so zmenami predstáv: synkretická, predmetná, intuitívno-abstraktná a štrukturálna.

1. Synkretická predstava

Z množstva životných zážitkov sa vyčleňuje skupina takých, ktoré sú asociované s budúcim pojmom. Vo vyčlenenej množine zatiaľ nedošlo k výraznejšiemu triedeniu. Budúci pojem sa neseparoval od pojmov blízkych ani v predstave, ani v činnosti, ani v slovníku.

2. Predmetná predstava

Pojem sa separuje od pojmov príbuzných, prediferencováva sa. Ostáva však stále priamo viazaný na konkrétne predmety okolitého sveta. Manipulácia s pojmom má predmetný charakter.

3. Intuitívno-abstraktná predstava³⁾

Pojem sa vymaňuje z predchádzajúcej asociácie so svetom vecí (predmetov) a stáva sa súčasťou rodiacich sa abstraktných predstáv. Manuálne operácie sú postupne nahradzované myšlienkovými operáciami. Predmetné funkcie a súvislosti sú postupne nahradzované funkciami a súvislosťami idealizovanými.

4. Štrukturálna predstava

Abstraktne idealizovaný pojem sa stáva prvkom matematickej štruktúry, logicky determinovanej súborom axióm.

Jednotlivé etapy budeme ilustrovať na pojme kružnica.

1. Etapa synkretickej predstavy

Dieťa získava množstvo taktilných a vizuálnych skúseností s obľými predmetmi ako lopta, tanier, minca ap. Dospelí pri manipulácii s nimi používajú slová ako krúžok, koliečko, guľaté ap. Keby sme chceli takejto predstave priradiť slovo, museli by sme použiť niečo ako krúžkogul'kokoliečkový (tvar).

2. Etapa predmetnej predstavy

V dôsledku ďalších životných skúseností, najmä aktívnej činnosti (hra, modelovanie) a komunikácie s dospelými sa synkretický obraz prediferencováva, napríklad podľa veľkosti, hmotnosti, dimenzie ap. Z hľadiska tvorby pojmu kružnica sú niektoré z týchto diferenciácií nepodstatné (napríklad vydeľovanie malých predmetov pomocou zdrobnelín) a iné podstatné (napríklad rozlíšenie rovinných od priestorových). Diferenciácia sa prejaví aj upresnením slovníka. Kružnicu a kruh začne dieťa označovať ako „koliečko“ a guľovú plochu ako „lopta“. Vytvorená predstava kružnice ostáva však stále začlenená do štruktúry predmetných predstáv.

3. Etapa intuitívno-abstraktnej predstavy

je úzko spojená so školským vzdelávaním. Žiak pracuje s pravítkom a kružidlom a učiteľ orientuje jeho pozornosť na abstraktné geometrické objekty. Spočiatku žiak spája tieto objekty s predchádzajúcimi skúsenosťami predmetných predstáv. V dôsledku novej kvality činností (rysovanie obrázkov, ich analýza a konštrukcia) sa kružnica zbavuje svojho predmetného zajatia a vo vedomí žiaka sa začína vytvárať ako autonómny pojem. Súbežne s ním sa podobne s ním sa podobne vytvárajú ďalšie príbuzné pojmy (bod, priamka, kolmost', priesečník, ...). Zabezpečenie existencie týchto pojmov v predstave však nutne vyžaduje aktívnu činnosť žiaka, v dôsledku ktorej abstrahuje z konkrétnych úkolov všeobecné súvislosti, napríklad: Tálesova veta, konštrukcia pravidelného šesťuholníka, konštrukcia dotyčnice ap.

Mať intuitívno-abstraktnú predstavu kružnice znamená vedieť s pojmom kružnica samostatne operovať, riešiť úlohy, v ktorých sa vyskytuje, vidieť množstvo súvislostí, ktorými je včlenený do štruktúry planimetrie. Ako dôsledok takého štruktúrného pohľadu je možné pojem kružnice definovať. Definícia predstavuje logické zavŕšenie etapy.

4. Etapa štruktúrálnjej predstavy

Žiak pri ďalšom poznávaní operuje definíciou, ku ktorej sa dopracoval. Spočiatku má definícia v jeho vedomí absolutistický charakter. Po istom čase vyplnenom činnosťou však vznikne situácia, v ktorej pôvodná definícia nestačí, pretože využíva tie vlastnosti pojmu, ktoré sa v nových situáciách ukážu ako málo účinné. Toto poznanie vedie k potrebe novej definície pojmu a súčasne kvalitatívne novej skúsenosti: definícia pojmu má relatívny charakter.

Jeden a ten istý pojem môže byť s ostatnými pojmi vyšetrovanej oblasti zreťazený mnohorakým spôsobom. Každé také zreťazenie, ktoré tvorí formálne uzavretý systém, je štruktúrnou výstavbou skúmanej oblasti.

Ako príklad uvedieme kružnicu. Prvá definícia kružnice, ku ktorej sa žiak

dopracuje, je postavená na pojmoch a vlastnostiach, ktoré sú žiakovi známe. Znie: Kružnica je množina bodov (roviny), ktoré majú rovnakú vzdialenosť r od pevného bodu S . S touto definíciou rieši viaceré situácie planimetrie (geometria trojuholníka, trigonometria, ...). Definícia „pracuje“. Situácia sa zmení pri štúdiu množiny podobných zobrazení roviny. Pojem vzdialenosť prestáva byť invariantom, a preto definícia kružnice na ňom postavená sa stáva nepracovnou, nepostačujúcou. Ukáže sa, že vhodnejšie bude vymedziť pojem kružnice pomocou pojmu kolmosti (Tálesova veta), ktorý je invariantom podobností. Študent si začne uvedomovať, že rôzne prístupy ku štúdiu planimetrie vedú k rôznej systemizácii pojmov, a teda k viacerým štrukturálnym výstavbám planimetrie. Definícia kružnice sa vo vedomí študenta zrelativizovala. Jedinec, ktorý nadobudol uvedené skúsenosti a pozná aspoň jednu štrukturálnu výstavbu, je v etape štrukturálnej.

Uvedená klasifikácia je relatívna. Výrok „Žiak XY je v predmetnej etape“ nie je správny preto, lebo rôzne pojmy môže mať v rôznych etapách. Napríklad poslucháč 1. roč. vysokej školy môže mať pojem „funkcionál“ na synkretickej, pojem „mnohosten“ na predmetnej, pojem „množina“ na intuitívno-abstraktnej a pojem „grupa“ na štrukturálnej úrovni.

Opísaný pojmotvorný proces je časovo veľmi náročný. V školskej praxi sa nezriedka skrakuje. Bez dostatočnej predmetnej predstavy sú žiaci s pojmom oboznamovaní na intuitívno-abstraktnej úrovni, niekedy dokonca cestou definície. Z toho vzniká však „učenie prázdnych slov a viet, pri ktorých si žiak osvojí formu, názov predmetu a javu, no nepochopí jeho podstatu a obsah“.4)

Proti námietkám, že pamäťovo naučené definície sú iba formálnym poznatkom, uvádzajú zástancovia takýchto tendencií tri argumenty:

1. Presné matematické myslenie je možné bez ovládania presných definícií pojmov, s ktorými žiak operuje. Preto sú definície prvotné, základné.

2. Nie je chybou, ak žiakovo prvé stretnutie s definíciou je pamäťové, verbálne. Tento nedostatok sa v priebehu ďalšej výuky odstráni.

3. Genetické oboznamovanie sa so všetkými pojmami je časovo neúnosné.

Uvedieme výhrady voči argumentom 1 – 3.

Hlavným nedostatkom argumentu 1 je absolutizácia výrazu „presné matematické myslenie“. História jasne ukazuje jeho relatívnosť. Napríklad Euklidove predstavy základných geometrických pojmov (bod, priamka, úsečka, ...) sú z dnešného pohľadu nepresné. Euler nepoznal definíciu limity a napriek tomu vyriešil množstvo diferenciálnych rovníc, integrálov, problémov z funkčných radov ap. Relatívnosť presnosti matematického myslenia, ilustrovaná fylogenetickými príkladmi, platí rovnako v ontogenéze.

Argument 2 je v rozpore s praxou. Naučená definícia nemá tendenciu „odverbalizovávať sa“, ale naopak: brzdí normálny poznávací proces a odkláňa ho smerom k formalizmu. Dokazujú to pokusy, ktoré sme urobili na rôznych typoch škôl.

K vecnej diskusii o argumente 3 niet ešte dost' overených údajov. Obmedzíme sa na dve poznámky. Pri vyučovaní netreba geneticky budovať všetky pojmy. Stačí vybrať vhodných reprezentantov a z ich zapojenia do genetickej výstavby sa bude rozvíjať celá poznatková štruktúra žiaka. Príkládame sa

k tým pedagógom, ktorí v znížení požiadavok osnov vidia jednu z možností odstraňovania formalizmu.

Pamäťové učenie sa definíciám a poučkám je protézou pojmotvorného procesu a prináša so sebou tri vážne negatívne dôsledky nielen vzdelávacieho, ale aj výchovného charakteru:

1. Komunikačné nedorozumenie učiteľ-žiak

Žiakova presná definícia vedie učiteľa k mylnému presvedčeniu, že definované pojmy sú vo vedomí žiaka vybudované na rovnakej úrovni ako v jeho vlastnom vedomí. Preto učiteľ pri výklade operuje s danými pojmami ako s dobre známymi aj žiakom. Pre žiakov je však jeho reč často nezrozumiteľná, príliš abstraktná. Vzniká podobná situácia, ako keď počúvame prednášku v jazyku, ktorý ovládame len čiastočne. Rýchle vyčerpanie psychickej energie žiaka a následný útlm (pasivita) je len prirodzeným dôsledkom uvedeného.

2. Strategická dezinformácia žiaka

Verbálne učenie sa definíciám zbytočne zaťažuje pamäť. Žiak má skúsenosti, že niekedy učiteľ považuje aj malú nepresnosť pri reprodukcii definície za veľkú chybu. To frustruje žiakovu psychiku a upriamuje ju ešte dôslednejšie na verbalizmus. Naopak dokonalá pamäťová reprodukcia definície je učiteľom považovaná za plnohodnotné poznanie. Žiak nevedomky preberá takéto hodnotenie, hoci vnútorne cíti, že pojmu nerozumie. Z uvedeného rozporu vzniká v žiakovi strategické presvedčenie, že matematika má v sebe čosi mystické, čo pre neho ostane navždy nedostupné. Utvrdzuje sa v presvedčení o vlastnej neschopnosti teoretického vzdelávania a uspokojuje sa s postavením „intelektuálneho príživníka“ spoločnosti, povedané slovami Maľuškina.⁵⁾ Z uvedeného vyplýva aj

3. svetonázorová dezinformácia.

Verbálne znalosti žiakov nie sú organickou súčasťou ich poznatkovej štruktúry, pretože nie sú opreté o životné skúsenosti. Formálne štrukturálny, negenetický prístup k tvorbe pojmu sa odráža nielen na úrovni matematických znalostí, ale aj v globálnejšej úrovni životných postojov. Žiakovi prezentuje realitu v jej neskutočnosti, statickej deformácii. Neučí ho vidieť javy v dialektických súvislostiach a nedáva mu sebadôveru, že dokáže vlastným rozumom chápať príčiny javov.

Pamäťovo naučené termíny sú hlavnými nositeľmi formalizmu vo vyučovaní matematiky. Poznávací proces nemožno umelo skracovať. Duševné pohyby rozširovania skúseností, prediferencovania a hierarchizácie pojmov je nutné uvedomele riadiť. Snaha o rýchle dosiahnutie poznatku nevedie ku skutočnému pochopeniu pojmu, ale iba k proteticky formálnej imitácii uchovanej v pamäti.

V prvej časti state sme analyzovali pojmotvorný proces z hľadiska vzniku formálnych a neformálnych predstáv. Cieľom analýz neboli iba teoretické závery, ale taký pohľad do problematiky, ktorý by umožnil reálnu aplikáciu

v pedagogickej praxi. Ako nosné sa nám javia nasledujúce požiadavky neformálneho vyučovania:

1. Motivovať žiaka k potrebe pozorumieť príčiny javov a súvislostí, nielen k snahe ovládať algoritmy.
2. Orientovať žiaka k mobilizácii vlastných životných skúseností ako východiska neformálneho pojmotvorného procesu.
3. Viesť žiaka sústavne k dialektickému chápaniu matematických pojmov.

Realizácia vytýčených cieľov závisí od veku žiaka a typu školy. Na základnej škole je ťažisko problému v správnom položení základov neformálneho chápania matematických pojmov. Úlohou stredoškolského učiteľa matematiky je pokračovať v rozvoji neformálnych pojmov a súbežne odstraňovať formalizmus tých pojmov, ktoré má žiak nesprávne vybudované. Najmä úloha reedukácie je veľmi zložitá a namáhavá. Vyžaduje nutné zistenie, ktoré pojmy a ako sú zdeformované, a podľa toho voliť spôsob nápravy.

Osobitne náročná, ale spoločensky naliehavá a politicky významná je v tomto smere práca učiteľa matematiky v SOU. Preto sme z rôznych začatých experimentov, zameraných na riešenie troch hore uvedených požiadavok, začali systematicky rozpracúvať možnosti, ktoré sa dajú využiť pri výchove robotníckeho dorastu.

V druhej časti state uvedieme opis, ukážku a analýzu konkrétnej vyučovacej metódy, ktorá podľa našich skúseností pomáha realizovať všetky tri požiadavky.⁶⁾

II. METÓDA KOMBINOVANEJ DISKUSIE

je taká modifikácia dialogickej metódy,⁷⁾ v ktorej participuje každý žiak triedy. Osvedčila sa pri budovaní, prediferencovaní a reštrukturalizácii pojmov. Jej modifikácie sú v štádiu výskumu. Doporučujeme používať ju všade, kde sa jedná o zavádzanie abstraktných pojmov, bez ohľadu na to, či sa jedná o matematiku alebo o iný vyučovací predmet.

Metóda kombinovanej diskusie bola analyzovaná a teoreticky rozpracovaná na Matematicko-fyzikálnej fakulte UK v Bratislave. Jej princíp je jednoduchý:

Učiteľ položí žiakom problémovú otázku. Každý žiak sa nad otázkou zamyslí a svoj názor napíše ceruzkou do zošita. Zodvihnutím ruky dá najaavo, že má názor napísaný. Po istej chvíli otvorí učiteľ diskusiu. Výroky žiakov nekomentuje, sám do diskusie nezasahuje. Cieľavedomým podporovaním záujmu žiakov o diskusiu sa snaží, aby odznali všetky typy názorov. Názory, argumenty a protiargumenty žiakov postupne privedú triedny kolektív k správnej odpovedi na otázku. Učiteľ záver fixuje a pristúpi k ďalšej otázke.

Písanie samostatných úsudkov ceruzkou má dva dôvody:

1. V zošite sú vizuálne rozdielne vlastné názory žiakov (ktoré môžu byť prechodne nesprávne) od správnych záverov.
2. Možnosť gumovania uvoľňuje psychiku žiakov pre prirodzené poznávanie.

K prečítanému úsudku sa učiteľ nevyjadruje preto, lebo jeho odsúhlasením by zobral ostatným žiakom možnosť vysloviť svoj názor (nie je o čom diskutovať, učiteľov názor je rozhodujúci a záväzný). Popretím úsudku by učiteľ oslabil žiakovu snahu aktivizovať sa aj v budúcnosti. Každému žiakovi záleží na mienke kolektívu a nechce, aby ho pokladal za „hlúpeho“. V oboch prípadoch by učiteľ navyiac stratil možnosť zistiť skutočné predstavy a názory žiakov, čím by zároveň stratil možnosť diagnostikovania.

Nedostatkom doteraz použíanej dialogickej metódy je, že žiak pri počúvaní a vnímaní odpovede spolužiaka ju alebo okamžite prijme za svoju (najmä slabší žiaci), alebo počas počúvania mu „uletí“ vlastná myšlienka. Do takýchto situácií sa bežne dostávajú i dospelí ľudia pri kolektívnych diskusiách. Ak má však žiak svoj názor písomne zafixovaný, môže sa lepšie skoncentrovať na vnímanie odpovede spolužiaka a hocikedy sa zapojiť do diskusie svojim autentickým názorom. Písomný záznam je navyiac dôkazom samostatnej myšlienkovvej činnosti. Rozdiel vynaloženej námahy na slovné vyjadrenie myšlienky a jej písomné zoštylizovanie je značný. Žiak písaním robí myšlienkovú činnosť, ktorou názor prehodnocuje, preštylizováva, vylepšuje, dotvára a upresňuje. Robí vlastnú produkčnú činnosť. K problému sa ešte vrátíme.

Metódu budeme ilustrovať dvoma otázkami zo série otázok zavádzania pravouhlejš sústavy súradníc.⁸⁾

Po kolektívnom zopakovaní poznatkov o číselnej osi učiteľka položila žiakom problémovú otázku: „Zmestí sa číselná os do roviny?“ Žiaci si zobrali do ruky ceruzky a po chvíľke samostatného uvažovania napísali názor na problém. Z viacerých názorov vyberáme štyri:

- Nevmetí, lebo je nekonečná a teda môže zaberať nekonečne veľa miesta.
- Ak máme len časť roviny, zmestí sa do nej len časť osi. Ale ak máme nekonečne veľkú rovinu, zmestí sa do nej aj celá os, lebo os má len jeden rozmer a rovina dva.
- Nedá sa o tom hovoriť, lebo ak je rovina nekonečná a číselná os ide tiež do nekonečna nevieme kde to nekonečno skončí a neviem si to ani predstaviť. Teda neviem, či sa zmestí, ale tak trochu si myslím, že to nepôjde.
- Vmetí, lebo rovina je nekonečná plocha.

V triede vznikla spontánna hádka. Učiteľka nechala žiakov chvíľu hádať sa. Potom ich pochválila za snahu svoj názor obhajovať, ale pripomenula, že obhajovať názor znamená argumentovať. Doporučila názory vyslovovať tak, aby sa striedali argumenty a protiargumenty.

Žiaci radu akceptovali. Názory hovorili jeden po druhom a pritom si pomáhali gestikulovaním, kreslením obrázkov ap. Učiteľka stála bokom, do diskusie žiakov nezasahovala a pozorovaním získavala veľmi dôležité informácie o tom, ako je v predstavách žiakov uložený pojem nekonečna. Trieda sa postupne upokojovala, pretože čím ďalej, tým viac žiakov sa prikláňalo k názoru, že číselná os sa do roviny vmestí. Jednotlivci, ktorí s názorom nesúhlasili, nemali ďalšie argumenty. Situácia bola zrelá na vstup učiteľky. Požiadala autora poslednej z vyššie uvedených odpovedí, aby ju ešte raz prečítal, prípadne doplnil vysvetlením. Žiak správne obhajoval svoj názor. Učiteľka správnosť potvrdila a jednotlivcov s odlišným názorom upokojila, že pojem nekonečna

je veľmi náročný, človek sa k nemu dopracúva ťažko, s problémami. Povzbudila žiakov, že určite sa to podarí čoskoro aj im, pretože podstatná je chuť a snaha nad problémom sa zamýšľať.

Položila žiakom ďalšiu otázku: „Na koľko častí rozdelí číselná os rovinu?“ Otázku doplnila pokynom slovnú odpoveď doplniť obrázkom predstavy.

Situácia sa opakovala. Každý žiak sám premýšľal, písal, kreslil. Názory žiakov boli napríklad takéto:

- Číselná os pretne rovinu vo všetkých smeroch, pretože nie je ohraničená a môže ísť všetkými smermi.
- Nerozdelí ju na žiadne časti, lebo je nekonečne dlhá.
- Rozdelí ju na nekonečné množstvo častí.
- Rozdelí ju na dve polroviny.

Učiteľka vyzvala autorov všetkých rôznych názorov, aby nakreslili svoje obrázky na tabuľu. Pri tabuli bolo naraz viac žiakov. Ostatní pozorovali a konfrontovali svoje obrázky s obrázkami na tabuli. Po nakreslení obrázku delenia roviny na dve polroviny autorkou odpovede viacerí žiaci si uvedomili situáciu a pridali sa ku skupine s rovnakým názorom. Učiteľka vyzvala autorov ďalších obrázkov, aby ich vysvetľovali jeden po druhom. Následne ich pripomienkovali spolužiaci. Od tabule postupne odchádzali tí, ktorí si za pomoci spolužiakov uvedomili chybu a sami po sebe zotierali obrázky. Čas opäť dozrel na vstup učiteľky. Na čistú tabuľu pomaly kreslí a slovné objasňuje situáciu delenia roviny priamkou na dve časti. Žiaci súhlasne prikyvujú. Následne učiteľka obrázok na tabuli zotiera a žiakom dá pokyn, aby jeden druhému vysvetlili delenie roviny priamkou so súčasným kreslením do zošita. Keď pracovná vrava utíchne, položí ďalšiu otázku.

Analýzu nadobudnutých skúseností s používaním metódy kombinovanej diskusie vo vyučovacom procese rozdelíme do troch častí. V prvej si všimneme individualitu žiaka, v druhej triedny kolektív a v tretej individualitu učiteľa.

A. Žiak

Uskutočnené experimenty ukázali, že dlhodobejšie používanie metódy kombinovanej diskusie má na každého žiaka značný vplyv. Oddelene si všimneme oblasť emočnú a oblasť kognitívnu.

Oblasť emočná

Prvé stretnutie žiaka s metódou je spojené s hlbokým citovým zážitkom. Platí to rovnako o žiakoch 14–17-ročných, ako i o poslucháčoch strednej školy pre pracujúcich. Žiak sa stretáva s niečím, čo doteraz na vyučovaní nepoznal: so spontánnou klímou dialógu, v ktorom sa od neho žiada samostatná intelektuálna práca. Otázky, na ktoré má odpovedať, pripomínajú skôr otázky bežného života ako otázky zo školských učebníc. Žiak je nimi „nútený“ odpovedať na základe vyhodnotenia vlastných skúseností a predstáv bez ohľadu na naučené poznatky. Verbálne naučené poznatky sa žiakom javia akoby nepoužiteľné pri hľadaní odpovedí na položené otázky. Citová reakcia je adekvátna tejto situácii prekvapenia.

Žiak spočiatku nevie, ako má reagovať. Niektorí sa cítia bezradní, iní pre-

kvapení, či zaskočení. Niektorí považujú otázky za intervenciu do vlastného súkromia.

Opísaná situácia sa vyvinie iba na začiatku používania metódy. Žiaci sa pomerne rýchlo presvedčia, že cieľom učiteľa nie je odhaliť ich slabiny, dokázať im nevedomosti, zosmiešniť ich názory. Postupne prídu k poznaniu, že kombinovaná diskusia je vzrušivá hra, podobná diskusii medzi priateľmi o problémoch ich spoločného záujmu. Viac precítia ako pochopia, že sa spolupodieľajú na prenikaní do im neznámych oblastí poznania. Toto je druhá citová poloha, ktorá prichádza na miesto vyčkávacej polohy prvej.

Nie každý žiak nadobudne k novej metóde rovnako rýchlo pozitívny vzťah. Najdlhšie to trvá tým, ktorí nemajú návyk k duševnej práci, prípadne nemajú dostatočné predpoklady na pochopenie kladených otázok. Na rozširovanie skupiny aktívnych diskutérov však pôsobí podnecujúca klíma v triede. Podľa našich skúseností sa po troch mesiacoch výuky, pri ktorej sa vo vhodných situáciách používa metóda kombinovanej diskusie, zapájajú do práce všetci žiaci.

Citové skúsenosti, ktoré žiak nadobúda, spôsobujú zmenu niektorých jeho psychických funkcií a postojov.

Výrazne sa mení vzťah žiaka k intelektuálnej práci vo všeobecnosti a v matematike zvlášť. Postupne sa mení vzťah k zmyslu teoretického poznávania, ako i vlastné sebahodnotenie. Žiak sa učí samostatnému tvorivému mysleniu. Úspechy, ktoré v tomto smere dosahuje, sú jednak interné — radosť z objavovania dovtedy v ňom driemajúcich schopností, jednak externé — možnosť seberealizácie v triednom kolektíve zaujímavým nápadom. Tieto skutočnosti sú azda najcennejším momentom metódy.

Učiteľ, ktorému sa nepodarí zorganizovať triedny dialóg tak, aby žiaci mali radosť z objavovania a príjemný pocit seberealizácie, metódou kombinovanej diskusie vlastne neučí.

Uvedené novonadobudnuté životné skúsenosti žiaka, ktoré sme prehlásili za chrbticu metódy kombinovanej diskusie, sa prejavujú svojou motivačnou funkciou. Motivujú záujem žiakov o preberanú problematiku, podnecujú jeho zvedavosť, túžbu po intelektuálnej seberealizácii. Postupne sa u neho vytvára záujem o aktívnu intelektuálnu prácu vo všeobecnosti.

Oblasť kognitívna

Opísané emočné vzrušenie spôsobuje aj reštrukturalizáciu kognitívnych funkcií psychiky. Provokujúce otázky vyvolávajú vo vedomí žiaka duševný pohyb, ktorý začína mobilizáciou životných skúseností. Napríklad otázka „Na koľko častí delí číselná os roviny?“ vyvolá u žiaka potrebu spredmetniť na jemu známych situáciách jav delenia roviny číselnou osou. Predstaví si napríklad čiaru — priamku rozdeľujúcu jeho písanku, alebo plotom rozdelenú záhradu, alebo pletáciu ihlicu položenú na knižke ap. Na základe niektorej predstavy, prípadne konfrontácie niekoľkých predstáv, hľadá abstraktné vyjadrenie odpovede. V žiakovom vedomí tak dochádza k tomu, čo je podľa nášho názoru jednou z najzanedbávaných zložiek výchovy: k prelínaniu životných skúseností s teoretickým poznávaním. Životné skúsenosti sú

ako „skladište“ potenciálnych nápadov, zázemie pre vlastnú tvorivú prácu.

Učiteľova otázka je impulzom, ktorý pôsobí na žiaka, nabáda ho k činnosti, k hľadaniu, k tvorivosti. Smer, ktorým sa uberá žiakovo myslenie, je potom určený jeho teoretickými znalosťami. Tak sa v priebehu kombinovanej diskusie posúvajú predmetné životné skúsenosti do abstraktnejších polôh teoretického poznania a teoretické poznanie — dovtedy možno zaťažené vysokým stupňom formalizmu — sa zživotňuje opretím o konkrétne predstavy.

Mechanizmus pojmotvornej činnosti nie je jedinou zložkou, ktorá sa pri kombinovanom dialógu skvalitňuje. Ďalšou zložkou je schopnosť vyjadrovať sa. Táto schopnosť zahŕňa dve značne odlišné veci:

1. schopnosť vlastnými slovami reprodukovať to, čo žiak predtým počul, prípadne čítal;

2. schopnosť formulovať žiakom novoobjavené a predtým nepoznané javy a skutočnosti.

Prvú vyjadrovaciu schopnosť pomenujeme reprodukčnou, druhú produkčnou. Reprodukčná schopnosť vyžaduje iba verbálnu transformáciu, t. j. preštylizovanie textu. Môže ju mať napríklad človek, ktorý dobre ovláda jazyk, hoci o komunikovanej problematike má iba zbežnú predstavu. Produkčná schopnosť je úzko spojená s tvorivou činnosťou samotnou. Formulácia myšlienok v tomto prípade nie je transformáciou, ale dotváraním, dopracovaním a upresňovaním objavu. Práve v tom je kvalitatívny rozdiel oboch schopností.

Domnievame sa, že v súčasnej školskej praxi sa pod termínom vyjadrovacie schopnosti chápú najmä reprodukčné. Vyjadrovanie, ktoré žiada učiteľ od žiaka pri kombinovanej diskusii, je vyslovene produkčné. Žiak nepreformulováva to, čo predtým počul, ale hľadá vyjadrenie myšlienok, ku ktorým došiel vlastnou tvorivou činnosťou.

Produkčné vyjadrovanie je veľmi náročné najmä pre človeka, ktorý na takýto štýl práce nie je zvyknutý. Z vlastnej skúsenosti vieme, koľko námahy stojí formulovanie myšlienok pri príprave publikácie.

Pozícia žiaka je ešte horšia. Nenavyknutý na systém samostatnej tvorivej práce nevie diferencovať tvorbu myšlienky od procesu jej verbálneho formulovania. Oveľa bližšia mu je forma bezprostredného dialógu, ktorý je prirodzene obohatený o neverbálne prvky komunikovanej informácie. Preto sa často stáva, že žiak po prečítaní svojho napísaného úsudku ho ihneď dopĺňa komentárom. Ním upresňuje, prípadne rozširuje napísanú myšlienku, inokedy zlepšuje štylistiku, niekedy oboje.

Keď si žiak na metódu navykne, začínajú sa pri jeho práci prejavovať kvalitnejšie prvky organizácie. Predlžuje sa vzdialenosť medzi prvým nápadom a jeho sformulovaním, obe sféry sa oddeľujú a žiak presnejšie rozpracúva každú z nich osobitne. Napríklad: pri hľadaní nápadu vie už systematicky vyhľadávať a mobilizovať svoje životné skúsenosti; pri štylizácii zvažuje jednotlivé slová a väzby. Uvedomuje si, že táto práca mu prináša osobnostný rast, sprevádzaný pocitom radosti. Keď nevšednosť metódy vyprechá, mení sa pocit radosti na potrebu duševnej práce, ktorá sa prirodzeným spôsobom rozšíri do ďalších predmetov.

B. Triedny kolektív

Význam triedneho kolektívu je všeobecne známy. Pri vyučovaní jedného, prípadne dvoch žiakov je celkom iná klíma, komunikácia i metódy práce ako v triednom kolektíve. Rozdielnosť sa osobitne významne prejavuje vtedy, keď učiteľ nevystupuje autoritatívne, nepreberá na seba ťažisko aktivity, ale prenecháva ho triednemu kolektívu.

Triedny kolektív je podstatne vyššou kvalitou ako iba jednoduchým aritmetickým súčtom jednotlivcov. Má schopnosť násobiť myšlienky jedincov, podrobiť ich širokospektrálnej analýze a kritike, nájsť chyby a nedostatky, ale zároveň aj oceniť úspechy svojich členov. To všetko je dobre známe z Makarenkových prác. Chceme iba zdôrazniť, že myšlienky, ktoré Makarenko koncipoval v širšom a všeobecnom rámci, ostávajú v platnosti aj v špecifickom probléme kombinovanej diskusie. Makarenko často prizvukoval dôležitosť atmosféry kolektívu. Podľa jej kvality možno presne diagnostikovať kvalitu učiteľovej práce.

Klíma pasivity a nezájmu, narušená občasnými vstupmi jedincov, nemôže vyvolať kolektívnu odozvu.

Lepšia je už klíma súťaživosti. Jej negatívom však ostáva nízko postavený cieľ: túžba jedinca zvíťaziť v konkurenčnom boji.

Za najkvalitnejšiu klímu považujeme klímu spontánneho záujmu, ktorej cieľom je dať každému žiakovi možnosť optimálneho rozvoja osobnosti. Aj pri tomto najvyššom type klímy ostáva túžba každého žiaka vyniknúť. Zároveň však každý cíti nad sebou niečo silnejšie: spontánnu radosť spoločného pracovného zápalu.

Funkcia kolektívu sa nevyčerpáva iba klimatom. Kolektív triedy je schopný vytvoriť vlastnú bázu dialógu, v ktorej učiteľ pôsobí ako usmerňujúci činiteľ. Difúzne predstavy, nepresné formulácie, intuitívne myšlienky vyslovené jedným žiakom sa stávajú predmetom konfrontácie spolužiakov. Vo vedomí každého žiaka sa tým rozširuje zásoba separovaných skúseností, z ktorých — ako z kúsok mozaiky — si žiaci vytvárajú obraz čoraz lepšej predstavy hľadaného pojmu. Takáto činnosť je neuskutočniteľná mimo kolektívu. Bez neho sa dialóg učiteľ—žiak stáva komunikáciou dvoch odlišne mysliacich a cítiacich indivíduí, v ktorých učiteľ predstavuje prvok dominantný a žiak prvok podriadený.

C. Učiteľ

Ťažisko práce učiteľa je v reálnej činnosti: pripraví, organizuje a usmerňuje priebeh kombinovanej diskusie, ale napriek tomu nevystupuje v roli mocenského prvku. Je viac inšpirátorom ako posudzovateľom. Organizuje dialóg a celkovú prácu, ale iba v minimálnej miere vysvetľuje a poučá. Hodnotiaci činnosť učiteľa má dve zložky:

1. motivačnú, ktorou citovo akcentuje prácu žiakov, vlastným zápalom a radosťou z úspechov žiakov dvíha pracovnú klímu triedy,

2. fixačnú, zhrňujúcu. Po ukončení diskusie k jednej otázke v triednom kolektíve učiteľ zhrnie výsledky a tým fixuje „názor na problém“, ku ktorému sa trieda dopracovala.

Pri fixácii je dôležité, aby učiteľ do „názoru triedy“ nedokladal nič, čo v pre-

došlej diskusii nebolo. Správne zhrnutie podstatného a dobrá štylistika myšlienky je príspevok učiteľa triednemu kolektívu.

Fixačný moment má veľký význam: uzatvára jednu etapu diskusie a zároveň pomáha jedincom, ktorí pri diskusii zaostávali, aspoň čiastočne získať úroveň potrebnú pro riešení ďalšej otázky. Okrem toho pomáha fixácia silne angažovaným jedincom prekonať zotrvačnosť myšlienok a preorientovať sa na nový problém.

Z uvedeného vyplýva, že učiteľ musí byť na metódu kombinovanej diskusie dôkladne pripravený. Improvizácia, najmä u menej skúseného pedagóga, by mohla viesť ku deformácii, prípadne k úplnému neúspechu realizácie.

V stati sme sa snažili ukázať metódu kombinovanej diskusie ako konkrétnu pedagogickú techniku, vedúcu ku neformálnej tvorbe pojmov. Používame ju bežne pri vyučovaní v predmete matematika.⁹⁾ Experimentálne bola úspešne overená pri vyučovaní fyziky a elektrotechniky. Predpokladáme, že je aplikovateľná aj v ďalších predmetoch.¹⁰⁾

POZNÁMKY

¹⁾ Helus, Z.: *Pojetí žáka a perspektivy osobnosti*. Praha, SPN 1982, s. 24.

²⁾ Metódu aplikácie dialektického zákona premeny kvantity na kvalitu použili V. a M. Hejný pri analýze poznávacieho procesu v článku „*Prečo je matematika taká ťažká?*“ Pokroky matematiky, fyziky, astronómie, XXIII. Praha, ACADEMIA 1978, s. 185 – 193.

³⁾ Slovo „intuitívny“ preberáme z matematickej terminológie ako protiklad k slovu „axiomatický“.

⁴⁾ Václavík, V.: *O formalizme vo výchove a vyučovaní*. Za socialistickú školu č. 3. Bratislava, SPN 1955, s. 192.

⁵⁾ Maťuškin, A. M.: *Problémové situácie v myslení a vyučovaní*. Bratislava, SPN 1973, s. 18.

⁶⁾ Rybárová, J.: *Popis jedného experimentu*. Matematika a fyzika v škole, roč. 14, Praha, SPN 1983, s. 166 – 173, 237 – 242.

⁷⁾ Mojžíšek, L.: *Vyučovací metody*. Praha, SPN 1975.

⁸⁾ Ukážka je z hodiny matematiky odučenej v 1. roč. SOU v júni 1980. Výroky žiakov sú autentické, vrátane pravopisu a škrtania. Širší rozbor tejto hodiny bol publikovaný v Rybárová, J.: *Pojmová propedeutika súradníc*. Bratislava, PÚMB 1983.

⁹⁾ Protokoly vyučovacích hodín s aplikáciou metódy kombinovanej diskusie sú uvedené v pedagogickom čítaní Rybárová, J.: *Metóda kombinovaného dialógu v matematike*. Bratislava 1983.

¹⁰⁾ Problematika metódy sa rieši v rámci úlohy štátneho plánu základného výskumu č. VIII – 6 – 6/5. 3 „*Pedagogická komunikácia ako prostriedok utvárania socialistického človeka*“.

ЙОЛАНА РЫБАРОВА, МИЛАН ГЕЙНЫ ФОРМИРОВАНИЕ ПОНЯТИЙ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Процесс создавания понятийного аппарата при обучении математике является рядом качественных изменений, в рамках которых количество накопленного опыта вызывает изменение качества, представленного степенью абстракции познания. Нарушение этого механизма (напр., когда учитель вводит новые понятия при помощи дефиниций) ведет к формальному усвоению понятий. Это становится источником коммуникативных недоразумений между учителем и учеником, но и источником стратегических и мировоззренческих деформаций взглядов ученика. В статье описан метод обучения, который авторы называют методом комбинированной дискуссии. При по-

мощи этого метода новые понятия вводятся и усваиваются в спонтанной дискуссии учеников всего класса. Каждый ученик активно мобилизует собственный опыт, сопоставляет его с взглядами и мнением одноклассников и творческим способом неформально усваивает данное понятие.

В статье приведены примеры экспериментального применения метода в средних ремесленных училищах. Педагогический анализ метода разработан на трех уровнях: уровень ученика, уровень классного коллектива и уровень учителя. Авторы предполагают, что метод комбинированной дискуссии может быть применен и в других учебных предметах.

JOLANA RYBÁROVÁ, MILAN HEJNÝ THE PROCESS OF NOTION FORMATION IN THE TEACHING OF MATHEMATICS

The process of notion formation in mathematics is a series of qualitative changes in which the quantity of life experiences brings about a change in quality represented by the level of abstraction of knowledge. Disregarding this mechanism (e.g. when the teacher introduces new notions by definitions) leads to a formal knowledge of notions. This is a source of misunderstanding in communication between the teacher and the pupil as well as a source of strategic and world outlook misinformation of the pupil. The article contains the description of a teaching method (we have called it the method of

combined discussion) by means of which a new notion is introduced in spontaneous classroom discussion. Each pupil actively mobilizes his own experiences, confronts them with the views of his classmates, and thus arrives, in a creative way, at an informal knowledge of the notion.

Examples are given of the method being experimentally tested at Secondary Vocational Training Schools. A pedagogical analysis of this method is made on three levels: the pupil, the class, and the teacher. It is believed that the method can be used in other subjects as well.