

Samostatná práca žiakov v matematike na ZDŠ

LUDOVÍT HRDINA,
Pedagogický ústav FFUK, Bratislava

Matematika, ktorá vznikla koncom minulého storočia, sa líši od predošlých etáp vývoja matematiky svojím pojmovým základom, presnou logickou výstavbou a širokým uplatnením v najrôznejších vedných odboroch a praxi. Je založená na množinovej teórii, ktorá prísne uplatňuje zásady logiky. Uvedený kvalitatívny rozvoj sa postupne odráža aj v zmene obsahu matematiky na našich základných deväťročných školách.

Je ďalej známe, že v tradičnej školskej matematike sa predkladá žiakom už hotová, vybudovaná teória a venuje sa značná starostlivosť verbálnemu spôsobu výuky. Tým sa vlastne potláčajú podstatné prvky vyučovacieho procesu, ako sú: abstrahovanie, matematizácia reálnych situácií na jednej strane a tvorivá schopnosť žiakov a ich samostatný prístup k práci na strane druhej. Pre skvalitnenie vyučovania matematiky je potom nutné zaviesť popri novom obsahu také vyučovacie metódy, ktoré môžu zaktivizovať žiakov vo vyučovacom procese. Jednou z nich je i metóda samostatnej práce žiakov.

Pod pojmom samostatná práca žiakov na vyučovacej hodine rozumejme činnosť, ktorú žiaci vykonávajú bez priamej pomoci učiteľa za účelom získavania vedomostí a upevnenia študijných a pracovných návykov.

1. ÚLOHA VÝSKUMU

Pre vyučovací proces nie je rozhodujúce zmeniť iba obsah a zaviesť formu samostatnej práce žiakov na hodinách matematiky, ale je nutné zistiť, či uvedená vyučovacia forma je produktívna. Totiž za predpokladu získania negatívnych výsledkov by nemalo zmyslu uvažovať o jej využití vo vyučovacom procese. Preto hovoríme o produktívnosti samostatnej práce žiakov na hodinách matematiky vtedy, ak žiaci budú pri zavedení nových vyučovacích prvkov do vyučovacieho procesu získavať aspoň toľko poznatkov ako žiaci vedení inými vyučovacími metódami, za predpokladu preberania toho istého učiva v danom predmete.

Aby sme produktívnosť dvoch vyučovacích metód mohli porovnávať, musíme ich vedieť hodnotiť a tým aj stanoviť určitý spôsob hodnotenia.

Preto úlohou výskumu je zodpovedať na tieto dve bezprostredne súvisiace otázky:

1. Je možné stanoviť spôsob hodnotenia samostatnej práce žiakov na hodinách matematiky?

2. Je forma vyučovania s prevládajúcou samostatnou prácou žiakov na hodinách matematiky produktívna?

Ak stanovíme spôsob hodnotenia a určíme produktívnosť vyučovacej formy s prevládajúcou samostatnou prácou žiakov na hodinách matematiky, potom ďalej môžeme porovnať a vyhodnotiť:

- a) tie príklady zadávané na samostatnú prácu žiakov a im zodpovedajúce didaktické testy, ktoré prislúchajú danej časti učebnej látky,
- b) všetky príklady, ktoré žiaci riešili samostatne a všetky didaktické testy,
- c) všetky samostatne riešené príklady a všetky didaktické testy jedného žiaka.

2. PRÍPRAVA VÝSKUMU

V prípade výskumu išlo o výber učiva, výber tried a školy, ako aj o určenie spôsobu hodnotenia a produktívnosti samostatnej práce žiakov na hodinách matematiky.

2.1 V ý b e r u č i v a. Učebná látka, zodpovedajúca množinovému poňatiu školskej matematiky, má z perspektívneho hľadiska ďaleko väčší význam ako tradičná učebná látka, ktorá sa vyučuje v dnešnej ZDŠ. Preto sme pre výskum vybrali pokusný učebný text ako i prípravné a kontrolné úlohy prof. dr. K. Hrušu »Operácie v množine reálnych čísel«.

Učebný text má deväť kapitol. Prvá, s názvom »Operácie v množine«, obsahuje nasledovný pojmový a frazeologický materiál: operácie v danej množine, zobrazenie v danej množine, usporiadaná dvojica prvkov, závisle premenná, komutatívnosť a asociatívnaosť danej operácie, neutrálny a inverzný prvok v danej operácii, opačné a prevrátené číslo k daným číslam, pojem grupy a komutatívnej grupy. V druhej kapitole s názvom »Množiny s dvomi operáciami« sa vysvetľuje pojem zloženej operácie a distributívnosť danej operácie. »Riešenie rovníc« je názov tretej kapitoly. V nej sa uvádzajú vlastnosti pojmov: rovnica, daný prvok rovnice, premenná v rovnici, pravdivý a nepravdivý výrok, ďalej sa uvádzajú príklady operácie sčítania a násobenia reálnych čísel a riešenia rovníc na základe daných operácií. Štvrtá kapitola, »Operácie v číselných množinách«, obsahuje operácie sčítania, odčítania, násobenia, delenia, ako i úlohy riešené pomocou daných operácií. V piatej kapitole, »Sčítanie a násobenie reálnych čísel«, je uvedená vlastnosť komutatívnosti a asociatívnaosť sčítania, komutatívnosti a asociatívnaosť násobenia ako i distributívna vlastnosť v danej operácii. Ďalej sú uvedené pravidlá a príklady pre odstraňovanie zátvoriek, vynímanie spoločných činiteľov pred zátvorku, násobenie jednočlena s mnohočlenom ako i mnohočlena s mnohočlenom. V nasledujúcich štyroch kapitolách, »Odčítanie reálnych čísel«, »Mocnina s prirodze-

ným exponentom«, »Vety o počítaní s mocninami«, »Niekoľko dôležitých vzorcov«, sú vysvetlené vlastnosti základných pojmov a pravidiel, ktoré so využívajú k aplikácii jednotlivých úloh.

Z metodického hľadiska sa najsamprv riešia prípravné úlohy, kde sa žiaci formou jednoduchých a potom zložitejších príkladov bez uvedenia akejkoľvek teórie oboznamujú s problematikou učiva. Po ich vyriešení sa pristupuje k učebnému textu, v ktorom je každá teoretická časť jasne zdôvodnená a danej vekovej kategórii i primerane spracovaná. Text je doložený veľkým počtom vzorových úloh. Kontrolné úlohy slúžia zasa k aplikácii danej teórie a k rozšíreniu učiva o také príklady, kde sa môže prejavíť tvorivá schopnosť žiakov.

V učebnom texte sa základné pojmy zavádzajú nenásilne do vyučovacieho procesu. Pojmy odvodené od základných pojmov, ako i platnosť všetkých základných viet, ktoré sa v texte uvádzajú, sú zdôvodnené takým spôsobom, aby zodpovedali mysleniu žiakov v danej vekovej kategórii. Podobným systémom sú zostavené jednotlivé príklady. Na základe takto spracovanej učebnej látky a príkladov bolo potom možné zaviesť samostatnú prácu žiakov na hodinách matematiky.

2.2 Výber tried a školy. Pre výskum sme vybrali tri ôsme triedy experimentálnej Základnej deväťročnej školy v Bratislave na Košickej ul., kde sa realizuje súvislý experimentálny výskum využitia základných poznatkov modernej matematiky vo vyučovacom procese.

Pre výskum sme nepočítali s deviatimi triedami, pretože končia povinnú školskú dochádzku, ako aj so siedmimi, resp. nižšími ročníkmi, kde sa žiaci iba začínajú oboznamovať s novým obsahom školskej matematiky. Domnievame sa totiž, že v uvedených triedach by bola menšia pravdepodobnosť splnenia tých požiadaviek, ktoré sme si vo výskume stanovili.

2.3 Určenie spôsobu hodnotenia a produktívnosti samostatnej práce žiakov na hodinách matematiky. Vo výskume budeme sledovať, ako žiaci vedia uplatniť v rámci samostatnej práce svoje vedomosti a schopnosti pri riešení príkladov a didaktických testov. Hlbšiemu zisťovaniu schopností sa budeme vyhýbať, pretože v súčasnosti nie sú u nás dostatočne spracované štandardizované didaktické testy z matematiky.

Vo výskume budeme hodnotiť didaktické testy a žiakmi samostatne riešené príklady bodovým systémom. Ústne odpovede žiakov nebudeme brať do úvahy. Ako hlavný dôvod vidíme v tom, že učiteľ by mohol subjektívnym hodnotením ovplyvniť výsledky experimentu. Produktívnosť samostatnej práce žiakov budeme zisťovať štatistickými metódami na základe porovnania didaktických testov výskumných tried.

3. PREDTEST

V predteste, ktorý slúžil k zisteniu vedomostnej úrovne žiakov ôsmych ročníkov, boli príklady zostavené na základe prebratého učiva siedmeho a časti učiva ôsmeho ročníka experimentálnej školy. Predtest trval jednu vyučovaciu hodinu. Písal sa v dvoch skupinách kvôli tomu, aby sa zamedzila spolupráca žiakov pri riešení príkladov. (Text predtestu skupiny A je uvedený v prílohe č. 1.) Testy v týchto skupinách obsahovali ekvivalentné testovacie položky, ktoré sme na základe obtiažnosti bodove hodnotili.

Tab. č. 1

Bodové a percentuálne hodnotenie predtestu

Trieda	Počet žiakov	Počet bodov určený pre žiaka	Maximálny počet bodov triedy	Počet žiakmi získaných bodov	Percentuálne hodnotenie tried
VIII. a	29	32	928	627	75,1 %
VIII. b	27	32	864	520	60,2 %
VIII. c	25	32	800	568	71,0 %

Z tabuľky č. 1 možno vyčítať, že žiaci VIII.a triedy z maximálneho počtu 928 bodov získali 627 a žiaci VIII.c triedy z maximálneho počtu 800 získali 568 bodov. Predpokladajme teraz platnosť nulovej hypotézy: »Výsledky predtestu VIII.a a VIII.c triedy sú rovnaké« a testujeme ju pomocou vzorca

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_o - f_t)^2}{f_t} \quad 1)$$

kde f_o je pozorovaná početnosť
a f_t je príslušná teoretická či hypotetická početnosť.

Výpočtom sme zistili, že $\chi^2 = 3,69$. Pretože hodnota χ^2 na 5 % hladine významnosti a pri počte stupňov voľnosti $f = 1$ je menšia ako kritická hodnota ($\chi^2 < 3,84$), výsledok je štatisticky nevýznamný a z tohoto dôvodu nulovú hypotézu môžeme prijať. Ak zoberieme do úvahy bodové hodnoty tried VIII.a a VIII.b, resp. VIII.b a VIII.c (tabuľka č. 1), potom pri zachovaní tých istých kritérií ako v predošlom prípade je $\chi^2 = 45,72$, resp. $\chi^2 = 21,46$. To znamená, že v oboch prípadoch nulovú hypotézu prijať nemôžeme.

Na základe výsledkov, ktoré boli získané výpočtom χ^2 a percentuálnym hodnotením predtestu (tabuľka č. 1), sme pre výskum vybrali VIII.a a VIII.c triedu. Z nich prvá, s počtom 30 žiakov, bola určená za experimentálnu triedu a druhá, s počtom 28 žiakov, za kontrolnú triedu.

4. PRIEBEH VÝSKUMU

Za účelom maximálneho využitia samostatnej práce žiakov experimentálnej triedy pripravili sme v spolupráci s učiteľom matematiky metodický postup každej vyučovacej hodiny. Išlo predovšetkým o určenie jednotlivých častí učebného textu, ktoré by mali žiaci počas vyučovacej hodiny naštudovať, ako aj o určenie povinných a výberových príkladov pre ich samostatnú prácu.

Úlohou žiakov pri samostatnom štúdiu učebného textu bolo pochopiť učebnú látku. Kontrolu naštudovaného učiva sme vykonali formou rozhovoru. Keď text nebol žiakom dostatočne jasný, potom učiteľ žiakov usmernil, prípadne im vysvetlil, akým spôsobom majú k učebnej látke pristupovať. Pri štúdiu náročnejšieho učiva učiteľ najprv uviedol žiakov do danej problematiky učebnej látky. Potom žiaci pracovali už samostatne.

¹⁾ E. F. Lindquist: *Statistická analýza v pedagogickom výskume*, Praha, SPN 1967, str. 44 (preklad).

Učebný text obsahuje vyriešené vzorové príklady. Úlohou žiakov v takomto prípade bolo pochopiť text a jednotlivé matematické vzťahy v príkladoch a pokúsiť sa ich samostatne preriešiť do školských zošitov.

Pri samostatnom riešení príkladov sa žiaci zameriavali buď na všetky, alebo na niektoré z týchto aspektov:

- a) pochopenie textu príkladu,
- b) zapísanie presnej matematickej formulácie,
- c) zaznamenanie podstatných matematických krokov,
- d) zodpovedanie všetkých otázok príkladu.

Pri zadávaní veľmi náročných príkladov učiteľ vykonal s celou triedou rozbor úlohy bez toho, že by žiaci písali do zošitov poznámky. Potom nasledoval príklad podobného typu, v ktorom žiaci aplikovali už pre nich známe matematické vzťahy.

Žiaci, ktorí skončili štúdium textu, resp. vyriešili príklady skôr ako iní žiaci experimentálnej triedy, mohli pokračovať v riešení ďalších, tzv. výberových úloh. V nich bolo nutné využiť nápaditosť, experimentovanie a hlbšie znalosti z predchádzajúceho učiva. Vedomostne slabým žiakom učiteľ naznačil, prípadne im vysvetlil postup riešenia niektorých náročnejších príkladov.

V kontrolnej triede sme kládli dôraz na prácu žiakov v štvorčlenných skupinách a na využitie takých vyučovacích metód, ktoré aktivizovali žiakov vo vyučovacom procese (napr. metóda rozhovoru). Ďalej sme dbali o to, aby učivo a k nim prislúchajúce príklady boli v kontrolnej triede preberané v takom istom rozsahu a v takom istom časovom intervale ako v triede experimentálnej.

Vedomosti žiakov uvedených tried zisťovali sme potom pomocou ústnych odpovedí a didaktických testov. Pri ústnych odpovediach učiteľ dbal na presné matematické vyjadrenie každého žiaka. Pri zápisoch matematických symbolov a vzťahov na tabuli išlo zasa o to, aby žiak sa stručne a správne vyjadroval pri každej matematickej formulácii. Didaktické testy sa písali po každej alebo po ukončení dvoch kapitol učebného textu. Spravidla trvali jednu vyučovaciu hodinu. Ich obtiažnosť bola závislá na obtiažnosti príslušného učiva a tých príkladov, ktoré žiaci riešili samostatne.

Obsahom testu boli:

- a) charakteristické príklady z prebranej časti učebnej látky,
- b) príklady, kde žiaci museli využiť vedomosti z prechádzajúcich statí učebnej látky,
- c) príklady, kde sa mohla prejaviť tvorivá schopnosť žiakov.

Na začiatku niektorých vyučovacích hodín sa písali tzv. informačné testy. Tieto slúžili k zisťovaniu teoretických vedomostí a zbehlostí jednotlivých žiakov.

5. HODNOTENIE VÝSKUMU

Výskum samostatnej práce žiakov na hodinách matematiky bol realizovaný v dvoch triedach ôsmeho ročníka experimentálnej ZDŠ v dobe od 9. februára do 1. júna 1970. Žiaci experimentálnej triedy neboli na výskum osobitne pripravovaní. Učiteľ v tejto triede učil na základe nových osnov

matematiky tretí rok, učiteľ v kontrolnej triede prvý rok. Počty vyučovacích hodín vymedzených pre výskum boli v obidvoch triedach rovnaké.

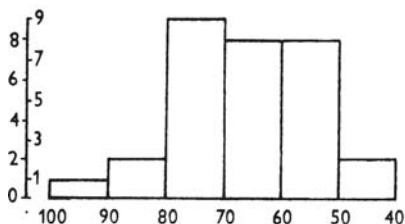
5.1 Hodnotenie samostatnej práce žiakov na hodinách matematiky. Žiaci experimentálnej triedy riešili príklady zadávané na samostatnú prácu do zvláštnych zošitov. Každý príklad bol vopred hodnotený na základe obtiažnosti a počtu jednotlivých matematických krokov. Pre bodové hodnotenie príkladov sa hrali do úvahy buď všetky, alebo niektoré z nasledujúcich kritérií:

- matematizácia úlohy,
- voľba postupu riešenia úlohy,
- správnosť zápisu matematických vzťahov numerického riešenia,
- vynechávanie niektorých zaužívaných matematických krokov,
- zodpovedanie všetkých otázok úlohy,
- skúška správnosti riešenia úlohy.

Pri hodnotení sa za nesplnenie určených kritérií v danom príklade body strhávali. (Ukážka náplne práce 7. vyučovacej hodiny s bodovými hodnotami príkladu, ktorý žiaci riešili samostatne, je uvedená v prílohe 2.)

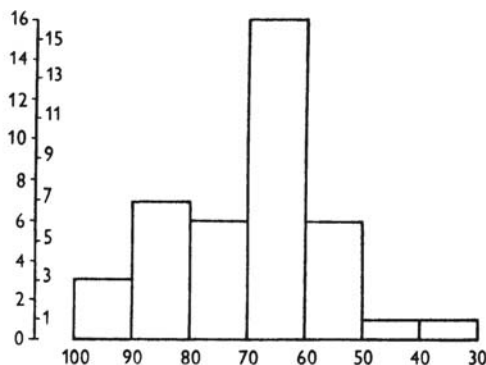
Na základe bodových hodnôt príkladov sa potom zistila percentuálna hodnota plnenia učebných úloh každého žiaka, resp. percentuálne hodnotenie učebných úloh všetkých žiakov v rámci jednotlivých vyučovacích hodín, ako je to vidieť z diagramov 1 a 2.

Diagram 1



Percentuálne hodnotenie samostatnej práce v závislosti od počtu žiakov.

Diagram 2



Percentuálne hodnotenie samostatnej práce žiakov v závislosti od počtu vyučovacích hodín

Najlepšie hodnotenie za samostatne riešené príklady počas vyučovacích hodín dosiahol žiak s percentom plnenia 93,1 %. Ďalej z diagramu 1 možno vyčítať, že u 25 žiakov z tridsiatich sa pohybovala percentuálna hodnota plnenia v rozmedziach 50–80 %. Dvaja vedomostne najslabší žiaci nedosiahli hranicu 50 % plnenia danej úlohy.

Zo 60 vyučovacích hodín bolo 40 zameraných na samostatnú prácu žiakov. Z diagramu 2 vidieť, že 29 vyučovacích hodín bolo takých, kde per-

cento plnenia sa pohybovalo v rozmedziach 60—90 %. Na troch vyučovacích hodinách boli výsledky vyššie než 90 % a u dvoch hodín nižšie než 50 %. Celkové percentuálne hodnotenie samostatnej práce žiakov na hodinách matematiky bolo 67,3 %.

Uvedením bodovacieho systému a z toho plynúceho percentuálneho hodnotenia príkladov môžeme povedať, že sme stanovili spôsob hodnotenia samostatnej práce žiakov na hodinách matematiky.

5.2 Produktivnosť samostatnej práce žiakov na hodinách matematiky. V predteste sme preukázali nevýznamnosť štatistickej diferencie VIII. a a VIII. c triedy. Tým sme stanovili podmienku zistenia produktivity vyučovacej metódy uvedených výskumných tried.

Žiaci experimentálnej a kontrolnej triedy napísali v priebehu výskumu šesť didaktických testov. Každý z nich sa písal v dvoch skupinách kvôli tomu, aby žiaci nemohli pri riešení príkladov vzájomne spolupracovať. Testy boli zostavené tak, že obidve skupiny obsahovali ekvivalentné testovacie položky.

Tab. č. 2 *Hodnotenie didaktických testov experimentálnej a kontrolnej triedy*

Test	Trieda	Maximálny počet bodov žiakov	Získané body žiakov	Percentuálne hodnotenie	Percentuálna diferencia
1	VIII. a VIII. c	520 540	390 373	75,0 % 69,1 %	5,9 %
2	VIII. a VIII. c	464 416	282 236	60,8 % 56,7 %	4,1 %
3	VIII. a VIII. c	405 405	276 245	68,2 % 60,5 %	7,7 %
4	VIII. a VIII. c	580 560	354 341	61,0 % 60,9 %	0,1 %
5	VIII. a VIII. c	324 324	240 218	74,1 % 67,3 %	6,8 %
6	VIII. a VIII. c	700 675	468 411	66,9 % 60,9 %	6,0 %
1—6 1—6	VIII. a VIII. c	2993 2920	2010 1824	67,2 % 62,5 %	4,7 %
$\chi^2 = 14,27$					

Príklady testov sme bodovo hodnotili. V tabuľke č. 2 uvádzame maximálne dosiahnuteľné a žiakmi získané body v jednotlivých testoch, ich percentuálne hodnotenie a z toho vyplývajúcu diferenciu skúmaných tried. V experimentálnej triede sa percento plnenia danej úlohy pohybuje v rozmedziach 60,8—75,0 %, v kontrolnej triede v rozmedziach 56,7 až 69,1 %. Percentuálne hodnotenie každého testu experimentálnej triedy je vyššie ako v triede kontrolnej. Ich diferencia však neprevyšuje 7,7 %. Z tabuľky č. 2 môžeme ďalej vyčítať, že žiaci experimentálnej triedy z maximálneho počtu 2993 bodov získali 2010 a žiaci kontrolnej triedy z 2920 možných 1824 bodov.

Niektorí žiaci pre neprítomnosť na vyučovacej hodine jeden zo šiestich testov nepísali. To však nemohlo ovplyvniť náš výsledok o produktivite, pretože pri konfrontácii bodových hodnôt žiakmi napísaných piatich, resp. šiestich testov dospeli sme k štatisticky nevýznamnej diferencii ($\chi^2=1,6$).

Prijmeme teraz hypotézu: »Výsledky didaktických testov experimentálnej triedy sú rovnaké« a testujme ju pomocou χ^2 . Keďže na zvolenej 5 % hladine významnosti a pri počte stupňov voľnosti $f=1$ je $\chi^2=14,27$, hypotézu musíme poprieť a potvrdiť skutočnosť, že výsledky didaktických testov výskumných tried sa významne líšia.

Na základe zistených výsledkov poprením hypotézy a percentuálnym hodnotením didaktických testov experimentálnej a kontrolnej triedy môžeme vysloviť záver, že vyučovacia forma s prevládajúcou samostatnou prácou žiakov na hodinách matematiky je produktívna.

5.3 Konfrontácia didaktických testov a príkladov zadávaných v rámci samostatnej práce žiakov v experimentálnej triede. Predpokladajme platnosť hypotézy: »Výsledky didaktických testov a im zodpovedajúce výsledky príkladov, ktoré žiaci riešili samostatne, sú rovnaké«. Ak porovnáваме bodové hodnoty prvých troch testov so samostatne riešenými príkladmi žiakov 1.—3. kapitoly a využijeme vzorec pre χ^2 , potom na zvolenej 5% hladine významnosti a pri počte stupňa voľnosti $f=1$ sú výsledky štatisticky významné (pozri tabuľku č. 3). To znamená, že vo všetkých troch prípadoch hypotézu musíme zamietnuť. Ak na základe percentuálneho hodnotenia žiakmi samostatne riešených príkladov a testov budeme skúmať ich percentuálnu diferenciu, potom zistíme, že v prvom prípade je zjavná v prospech testov, v druhom a treťom prípade je preukázateľná v prospech žiakmi samostatne riešených príkladov.

Pri konfrontácii bodových hodnôt príkladov štvrtej až deviatej kapitoly a k nim zodpovedajúcich bodových hodnôt jednotlivých testov — kde 4. a 5. kapitole zodpovedá štvrtý, 6. a 7. kapitole piaty, resp. 8. a 9. kapitole šiesty test — hypotézu prijať môžeme, pretože uvedené diferencie (podľa tabuľky č. 3) sú štatisticky nevýznamné.

Ak výskum hodnotíme po stránke pedagogicko-psychologickej, potom môžeme povedať: Žiaci v prvých hodinách experimentu si iba postupne zvykali na nový spôsob práce, ktorý spočíval v ich aktívnom prístupe k štúdiu učebného textu, resp. k riešeniu príkladov. Pri riešení príkladov 2. a 3. kapitoly bolo vidieť, že pre žiakov sa stala samostatná práca určitým návykom. Pri písomných previerkach a riešení úloh 4.—9. kapitoly si

Tab. č. 3

*Hodnotenie žiakmi samostatne riešených príkladov
a didaktických testov*

Hodnotenie	Získané body žiakov	Maximálny počet bodov žiakov	Percentuálne hodnotenie	Percentuálna diferencia v prospech		z ^a
				príkladov	testov	
Príklady 1. kapitoly Test č. 1	707 390	1219 520	58,0 % 75,0 %	—	17,0 %	45,3
Príklady 2. kapitoly Test č. 2	700 282	1058 464	66,2 % 60,8 %	5,4 %	—	4,1
Príklady 3. kapitoly Test č. 3	655 276	883 405	74,2 % 68,2 %	6,0 %	—	5,0
Príklady 4. a 5. kap. Test č. 4	1805 354	2806 580	64,3 % 61,0 %	3,3 %	—	2,2
Príklady 6. a 7. kap. Test č. 5	3138 240	4511 324	69,6 % 74,1 %	—	4,5 %	2,9
Príklady 8. a 9. kap. Test č. 6	1912 468	2741 700	69,8 % 66,9 %	2,9 %	—	2,1
Príklady 1.—9. kap. Testy č. 1—6	8912 2010	13 218 2993	67,3 % 67,2 %	0,1 %	—	0,1

už žiaci tak intenzívne neuvedomovali rozdiel medzi písaním testov a samostatným riešením príkladov.

Platnosťou hypotézy, ktorá vyplývala z výsledkov príkladov posledne spomínaných kapitol a im zodpovedajúcich troch posledných testov, sa iba potvrdila správnosť využívania metódy samostatnej práce žiakov vo vyučovacom procese. Ak by sa totiž ukázalo, že významnosť diferencie je štatisticky preukazateľná v prospech testov, potom by sme sa mohli domnievať, že žiaci pri riešení príkladov na vyučovacích hodinách nie sú dostatočne aktívni a k výkonu sa vypnú až pri písaní testov, ktoré sú jedným z hodnotiacich kritérií pre posudzovanie známky každého žiaka. V opačnom prípade, ak by významnosť diferencie bola štatisticky potvrdená v prospech samostatnej práce žiakov, potom by sme mohli predpokladať veľkú spoluprácu žiakov na úkor využívania ich vlastných vedomostí a schopností pri riešení príkladov.

Pri hodnotení všetkých žiakmi samostatne riešených príkladov, kde z maximálneho počtu 13 218 bodov získali 8912, a pri hodnotení všetkých testov, kde z 2993 bodov žiaci získali 2010, dochádzame na základe porovnania bodových hodnôt k štatisticky nevýznamnej diferencii, pretože

$x^2=0,1$. Táto hodnota len potvrdzuje skutočnosť, že samostatná práca žiakov na hodinách matematiky je produktívna. Z pedagogického hľadiska to znamená, že formu samostatnej práce žiakov môžeme využívať vo vyučovacom procese v takom rozsahu ako iné vyučovacie metódy.

5.4 Hodnotenie všetkých didaktických testov a všetkých samostatne riešených príkladov jednotlivých žiakov. Prácu každého žiaka na vyučovacej hodine sme posudzovali na základe percentuálnych výsledkov didaktických testov a samostatne riešených príkladov. Bolo zistené, že u 11 žiakov z tridsiatich sa diferenciu percentuálnych hodnôt uvedených testov a príkladov pohybuje v rozmedzí 0 % až 5 %. (Pozri tabuľku č. 4.) Naproti tomu u dvoch žiakov sme zistili viac ako 20 % rozdiel medzi výsledkami percentuálnych hodnôt testov a samostatne riešených príkladov.

Tab. č. 4 *Percentuálne diferencie výsledkov samostatne riešených príkladov a didaktických testov jednotlivých žiakov*

Percentuálna diferenciu	V prospech didaktických testov žiakov	V prospech samostatne riešených príkladov žiakov
0 %—5 %	8	3
5 %—10 %	7	2
10 %—20 %	3	5
nad 20 %	1	1

Z tabuľky č. 4 možno ďalej osobitne vyčítať, aká veľká percentuálna diferenciu je v prospech didaktických testov, resp. samostatne riešených príkladov jednotlivých žiakov.

6. Z Á V E R

Štatistickými metódami potvrdili sme produktivnosť vyučovacej metódy s prevládajúcou samostatnou prácou žiakov na hodinách matematiky. Stanovili sme kritéria pre bodové hodnotenie žiakmi riešených príkladov a didaktických testov. Treba uviesť, že zistené výsledky sú platné iba pre tie dve triedy, kde bol výskum realizovaný, a teda nemajú všeobecnú platnosť.

Žiaci experimentálnej triedy neboli na výskum pripravovaní. Preto v prvých hodinách experimentu museli v rámci samostatnej práce o to aktívnejšie využívať vedomosti a schopnosti pri riešení jednotlivých úloh. V záverečnej časti výskumu si už v podstate nevedomovali rozdiel medzi písaním testov a samostatným vypracovaním príkladov. Žiaci získali počas vyučovacích hodín určitý návyk a spôsob, ako majú samostatne pristupovať k štúdiu učebného textu, k riešeniu príkladov a im primeraných problémových úloh, ako i k matematizácii rôznych reálnych situácií.

Záverom možno konštatovať, že v experimentálnej triede sa nám v plnej miere podarilo zaktivizovať žiakov v rámci ich samostatnej pracovnej činnosti, čím bola realizovaná jedna zo základných požiadaviek našej socialistickej školy.

10. Na priamke p sú dané tri rôzne body O, A, B . Dvojice bodov OA, OB určuje posunutie $P (O \rightarrow A), R (O \rightarrow B)$. Určite zložené posunutie $P * R$
počet bodov: 3
11. Aká dlhá je strana štvorca, ak jeho je obsah $P = 55 \text{ cm}^2$?
počet bodov: 2
12. K číslu 5 vyhľadajte číslo prevrátené pomocou konštrukcie!
počet bodov: 3

PRÍLOHA 2

Náplň práce 7. vyučovacej hodiny

A. Pojem grupy

- I. Učebná náplň: Definícia grupy v danej operácii. Aplikácia teórie na vyriešených príkladoch.
- II. Učebná metóda:
- Samostatná práca žiakov.
 - Zopakovanie naštudovaného učiva metódou rozhovoru.

B. Príklad

V množine R všetkých reálnych čísel je daná operácia \square vzorcom

$$a \square b = a + b - 10$$

Vyšetrite, či táto operácia je komutatívna a asociatívna, nájdite jej neutrálny prvok a ku každému prvku $a \in R$ nájdite inverzný prvok $a \in R$ operácie \square (pokiaľ taký prvok existuje). Ak existujú v množine R prvky, ktoré sú samy k sebe inverzné vzhľadom k operácii \square , potom ich určte všetky!

- I. Didaktická funkcia príkladu: Zistenie platnosti komutatívnej a asociatívnej operácie, neutrálneho prvku, inverzných prvkov ako i prvkov samých k sebe inverzných v danej operácii.
- II. Učebná metóda: Samostatná práca žiakov.

Bodové hodnotenie jednotlivých častí príkladu

Časť príkladu	Bodová hodnota príkladu
a) platnosť komutatívnej operácie	1
b) platnosť asociatívnej operácie	3
c) existencia neutrálneho prvku v operácii	2
d) existencia inverzného prvku v operácii	3
e) existencia prvkov, ktoré sú samy k sebe inverzné	3

Text testu 3 A

1. V množine
- \mathbb{R}
- všetkých reálnych čísel riešte rovnicu

$$[5,6 + 2x] \cdot 7 = 60,2$$

2. V množine
- \mathbb{R}
- všetkých reálnych čísel riešte rovnicu

$$\left[\left(2x + \frac{3}{5} \right) 2 - \frac{1}{5} \right] \cdot \frac{1}{3} = 3$$

3. Prázdna debna váži b kg. Tri takéto debny naplnené tovarom vážia 240 kg. Koľko kg tovaru je v každej debne? Určite podmienky úlohy!
4. V množine $M = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ sú definované operácie \oplus a \odot tabuľkami

\oplus	0	1	2	3	4	5
0	0	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5	0
2	2	3	4	5	0	1
3	3	4	5	0	1	2
4	4	5	0	1	2	3
5	5	0	1	2	3	4

\odot	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5
2	0	2	4	0	2	4
3	0	3	0	3	0	3
4	0	4	2	0	4	2
5	0	5	4	3	2	1

Nájdite všetky $x \in M$, pre ktoré platí

$$(4 \oplus x) \odot (2 \oplus 3) = 5$$

LITERATÚRA

1. Vyšín, J.: *Problémy nášeho modernizačného pokusu v 6.—9. ročníku ZDŠ v najbližšom období*. Praha, Kabinet modernizácie vyučovania matematiky a fyziky ČSAV, 1966 (studijní materiály).
2. Hruša, K.: *Operácie v množině reálných čísel*. Praha, Kabinet pro modernizaci vyučovani matematiky a fyziky, ČSAV, 1968.
3. Dlouhý, Z.: *Reálná čísla*. Praha, Kabinet pro modernizaci vyučovani matematiky a fyziky, ČSAV, 1968.
4. Dlouhý, Z.: *Relace*. Praha, Kabinet pro modernizaci vyučovani matematiky a fyziky, ČSAV, 1968.
5. Šedivý, J.: *O modernizaci školské matematiky*. Praha, SPN 1969.

6. Pietrasifski, Zb.: *Umění učit se*. Praha, SPN 1968.
7. Pícková, B.: *Samostatná práce ve výchovně vzdělávacím procesu v 6.—9. ročníku* [kandidátská disertační práce].
8. Lindquist, E. F.: *Statistická analýza v pedagogickém výzkumu*. Praha, SPN 1967.

Людовит Грдина

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА УЧЕНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ В ОДШ

Автор статьи описывает протекание процесса и оценивает результаты исследований самостоятельной работы учеников, которые проводились на протяжении почти четырех месяцев в двух восьмых классах ОДШ в Братиславе.

В обоих подопытных классах обучение осуществлялось по одинаковым экспериментальным учебным текстам, которые по своему содержанию отвечают существующему тренду современной школьной математике. Статистическая обработка дидактических тестов показала, что в экспериментальном классе, где в значительной мере преобладала самостоятельная работа в сравнении с обычными формами обучения, ученики достигали в процессе обучения аналогичных результа-

тов при усваивании новых познаний и навыков, как и ученики контрольного класса, где подчеркивалась групповая работа и обычные методы обучения, которые способствовали активации деятельности учеников.

Ученики экспериментального класса во время учебных уроков приобретали определенный навык и осваивали способ самостоятельного подхода к изучению учебного текста, к решению примеров и соразмерных проблемных задач.

Статья сопровождается тремя приложениями: текст предварительного теста группы А, сжатое содержание одного учебного урока с балльной оценкой примеров, решаемых учениками самостоятельно, и текст дидактического теста 3А.

IUDOVÍT HRDINA

PUPILS' OWN ACTIVE INDEPENDENT WORK IN MATHEMATICS AT THE ELEMENTARY NINE-YEAR SCHOOL

The author describes the process of pupils' own active independent work and evaluates the research into it, which was carried out in the course of nearly four months in two classes of fourteen-year-olds [eighth formers] at the Elementary Nine-Year School in Bratislava, Košická Street.

Both classes where the research was being used the same experimental textbooks, whose content corresponds to the contemporary trend in modern school mathematics. A statistical evaluation of the didactic tests showed that in the experimental class where pupils' own active work strongly predominated over the traditional teaching forms the pupils were achieving at least as good results in

acquiring new knowledge and skills as the pupils in the control class where, in turn, emphasis was laid on teamwork and also on such traditional teaching methods that stimulated the activity of pupils in their work.

During the lessons the pupils in the experimental class acquired a certain habit and technique of approaching on their own the study of the text and the solution of the problems and the corresponding problem assignments.

At the end of the article there are three appendices: the text of the pre-test of the A-group, summarized content of one teaching period together with the marking of the problems solved by pupils on their own, and the text of didactic test 3 A.