



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



PORTFOLIO STUDENTA

Vzdělávací modul MG

Název akčního výzkumu:
Komunikace v geometrii – pojmotvorný proces

Odborný tým:
Tatiana Mutinová, doc. RNDr. Darina Jirotková, Mgr. Jaroslava
Kloboučková, PhDr. Hana Sotáková

Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí
vzdělávání a gramotností

reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_011/0000664



1) **Téma**

Využití aktivity skládání geometrických útvarů pro sledování vývoje žákova porozumění geometrickým objektům pomocí sledování vývoje jazyka od jazyka metaforického přes konkrétní až po abstraktní úroveň.

2) **Identifikovaný problém**

Výuka geometrie probíhá na mnohých školách výrazně instruktivním způsobem. Žáci plní úkoly typu Vybarvi ..., Narýsuj ..., Nakresli : Ke komunikaci nejsou obvykle vyzýváni, učitel nesprávné formulace opravuje a vyslovuje pokud možno přesná vymezení pojmů. Často od žáků vyžaduje, aby některá vymezení reprodukovali, například „čtverec má všechny strany stejně dlouhé a na sebe kolmé“. Pak ale žáci nerozpoznají čtverec v natočené poloze a čtverec, jehož úhlopříčky jsou vodorovná a svislá, nazývají kosočtverec. V komunikaci žáků převládají ukazovací zájmena a slovesa a komunikace, která nedoprovází konkrétní činnost, je plná nedorozumění.

Jazyk, který používáme v diskuzích o geometrických objektech, odráží naše zkušenosti, naše porozumění. Precizace jazyka kopíruje zpřesňování myšlení a představ. Vzhledem k tomu, že jazyk žáků lze dobře sledovat, rozhodly jsme se věnovat sledování vývoje jazyka používaného žáky v průběhu několika naplánovaných aktivit. Budeme sledovat, jak žáci přecházejí od běžného jazyka k metaforickému jazyku a tvorbu metaforických termínů, jak někteří vstřícně akceptují geometrické termíny, zatímco jiní stále ještě setrvávají v jazyce metaforickém, v němž cítí větší jistotu. Jazyk učitele by pak měl být individualizován a geometrickou terminologii používat s ohledem na úroveň žáků. Příliš rychlý přechod k přesné matematické terminologii by mohl žákům, kteří ještě nejsou připraveni na její přijetí, protože ještě nemají vybudované dobré porozumění objektům, ztížit nebo dokonce znemožnit jejich další rozvoj poznávání příslušného pojmu. Tedy rozvoj myšlení o krůček předchází rozvoji jazyka.

3) **Návrh řešení**

Navrhujeme vložit do výuky úlohy, které podporují komunikaci mezi žáky a otvírají prostor pro diskuzi žáků o problémech. Cílem intervencí je iniciovat a podpořit komunikaci žáků, připravit jim pro ni vhodné prostředí a průběžně je povzbuzovat.

Budou využity úlohy s geoboardy z učebnice *Matematiky M. Hejného a kol., Nakladatelství Fraus*. Vybereme úlohy učebnice pro 2. roč., které využívají komunikačního nástroje hru Sova.

Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí
vzdělávání a gramotností

reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_011/0000664



Jako galerii hry Sova zvolíme různé trojúhelníky, jež je možné vytvořit na geoboardu – těch je 8, případně úlohy modifikujeme. (2.r., 2.díl, s. 45 – úlohy s trojúhelníky ve čtvercové mříži).

4) Záznamy intervencí (dle tématu – přípravy, záznamové archy, úkoly atd..)

Úlohy s geobordy – 2.5.2019

Podklady pro tuto hodinu byly přejaty z učebnice matematiky pro druhý ročník, M. Hejný a kol., nakladatelství Fraus.

Hodina zahrnovala úlohy, jejichž řešení vyžadovalo práci s geobordy a následnou diskuzi o nich.

- „Vymodelujte jakýkoliv obrázek, zvedni svůj výtvar, všem ukaž a popiš.“
- „Vymodelujte domeček.“
- „Vytvořte dva trojúhelníky dle předlohy a pak zkuste najít další.“

Hra Sova – 9.5.2019

Hra SOVA je didaktická hra pro dva hráče A, B. Mohou to být jak jednotlivci, tak i skupiny. Hra je určena souborem objektů či jevů. Hráč A, moudrá sova, si jeden objekt v mysli vybere. Hráč B má za úkol myšlený objekt uhodnout pomocí zjišťovacích otázek, na které lze odpovědět pouze slovy *ano* nebo *ne*, popřípadě slovy *ano*, nebo *ne*, nebo *někdy*

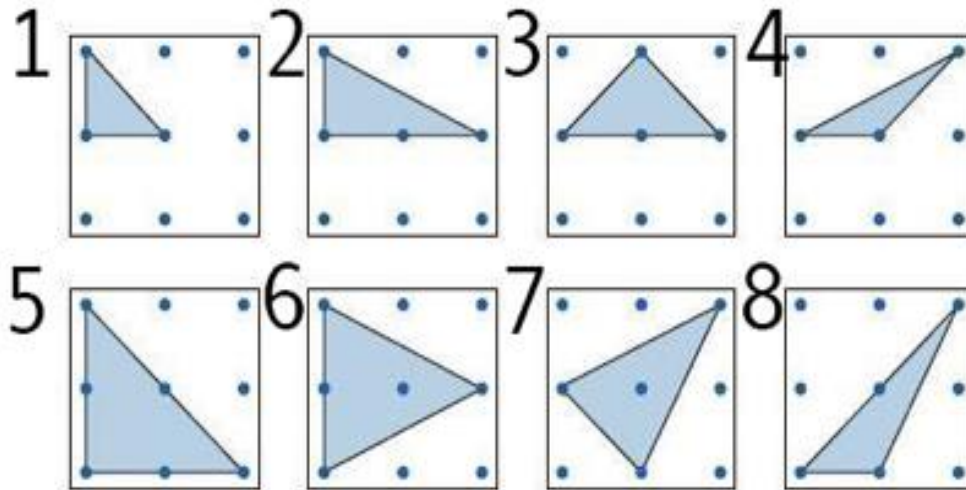
Třída se rozdělila na tři rovnoměrné skupiny, jednu vedla studentka Tereza, druhou studentka Zuzana a poslední paní učitelka Mutinová. Děti si vybraly jako skupina jeden útvar a my ho poté dle níže přiloženého schématu hádaly, tedy oni byly Sovou a my jen hádaly.

Hra se několikrát opakovala.



Tabulka 1. Průběh hry Sova

Má trojúhelník dvojici kolmých stran?							
ANO 1,2,3,5				NE 4,6,7,8			
Je rovnoramenný?				Je osově souměrný/rovnoramenný			
ANO 1,3,5			NE 2	ANO 6,7		NE 4,8	
Je jeho obsah polovina obsahu geobordu?				Je délka základny 8 cm?		Je nejdelší strana trojúhelníku úhlopříčkou čtverce o obsahu 2*2?	
ANO 5		NE 1,3		ANO 6		NE 7	
		Je jeho obvod 13,5 cm?		ANO 8		NE 4	
		ANO 1	NE 3				



Obr. 1. Galerie hry Sova

Manipulace s trojúhelníky ve čtvercové mříži – 4.6.2019

Děti dostaly prázdnou čtvercovou mříž rozměrů 1 x 1 cm a pracovaly s rovnoramennými trojúhelníky, jejichž základna měřila dva centimetry a výška jeden centimetr.

Dostaly následující úlohy:

Úloha 1. Poskládej z trojúhelníků následující útvary, použij 2, 3 nebo 4 trojúhelníky:

- Sestav osově souměrný útvar, vyznač osu souměrnosti.
- Sestav rovnoramenný trojúhelník.
- Sestav čtverec, vyznač v něm úhlopříčky.

5) Závěrečná zpráva

1. Uvedení do problematiky

Komunikace žáků v geometrii je mnohem náročnější než komunikace v aritmetice. Geometrie je bohatší na objekty, většina objektů ani nemá název. Je bohatší i na vazby jak mezi objekty, tak mezi průvodními jevy objektu. K přesné geometrické terminologii žáci postupně docházejí

Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí
vzdělávání a gramotností

reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_011/0000664



v závislost na tom, jak se upřesňují své představy o pojmech, vztazích, procesech a situacích. Jestliže respektujeme zákonitosti poznávacího procesu, nelze začít poznávat pojem tím, že se žák naučí definici. Je nutné vše poznávat nejdříve manipulativními aktivitami, ty slovně doprovázet. Přitom slovní doprovod manipulativní činnosti může mít k činnosti samotné dvě různé vazby. Může být

- řídicí – práce dítěte je slovy učitele řízena, nebo
- průvodní – práce dítěte je komentována, provázena slovy.

V naší výuce nebo v experimentech se běžně oba typy slovního doprovodu prolínají. Ve slovním doprovodu se objevují metaforické popisy, které provazují činnost žáka s jeho předchozí životní zkušeností. Typickým rysem a také pozitivem metaforického jazyka je jeho obecná srozumitelnost – nic není zapotřebí zvláště osvětlovat. Dalším pozitivem používání metafor (samozřejmě přiměřených životním zkušenostem dítěte) je, že se tím rozvíjí žákova schopnost tvorby metafor, a tím se rozvíjí schopnost nacházet souvislosti (Gardner, 1999). Negativem tohoto jazyka je jeho jistá vágnost, nepřesnost a jeho vázanost na kontext, což může být někdy příčinou komunikačního nedorozumění. Obvykle pak ale nastává situace ve třídě, že je nutné význam slova upřesnit. To je příznivá situace pro precizaci jazyka. Proces upřesňování jazyka je simultánně provázen procesem upřesňování představ. Před zavedením precizní geometrické terminologie žáci upřesňují slova a jejich významy a spontánně používají metaforickou terminologii jako například „růžek“ pro pojem vrchol apod.

S nárůstem myšlenkové obtížnosti úloh často dochází k návratu k jazyku metaforickému a preciznost matematického jazyka klesá. Je to v důsledku toho, že pokud není precizní jazyk plně interiorizován, jeho používání spotřebovává energii. Tedy uvedená negativa přesné matematické terminologie vystupují výrazněji u žáků, jejichž myšlení ještě nemá požadovaný stupeň přesnosti. Naopak u žáků, kteří již takového stupně dosáhli, přináší snaha o precizaci terminologie přinejmenším dvě pozitiva:

- (a) urychluje kultivaci jejich abstraktního myšlení a

Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí
vzdělávání a gramotností

reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_011/0000664



- (b) iniciuje proces strukturace, který pomocí vhodných úloh vzájemně provazuje mentální schémata pojmů, vztahů, situací dříve oddělená.

Na základě našeho pozorování jsme usoudily, že v našem případě děti na začátku výzkumu neměly potřebu sdílet svá řešení, své myšlenky. Avšak se našli i velice asertivní jedinci, kteří naopak nedávali moc příležitost ostatním se do diskuze zapojit. V případě, že již nevěděli, začali se obracet spíše na paní učitelku než na své spolužáky.

1.1. Cíl akčního výzkumu

Cílem akčního výzkumu bylo vést děti ke komunikaci v hodinách geometrie, vytvoření vhodných podmínek k tomu, aby takto činily, rozvoj komunikačních prostředků, diskuze žáků. Z komunikace, která provází manipulativní činnosti a práce s geometrickými útvary, z používaných pojmů usoudit na úroveň porozumění žáky danému útvaru. V průběhu aktivit sledovat vývoj komunikačních dovedností a ze změny jazyka usuzovat o rozvoji myšlení.

2. Metodologie

2.1. Výzkumný vzorek

Akční výzkum probíhal ve třídě II. D základní školy Vladislava Vančury v Praze – Zbraslavi.

Třída má 28 žáků, z toho 17 dívek a 11 chlapců. Dle popisu třídní učitelky Táni Mutinové je třída poněkud různorodá: „...na jedné straně zde najdeme děti vysoce vnímavé, na straně druhé děti ohrožené školním neúspěchem, jednoho chlapce se sklony k autismu a dívku s odlišným mateřským jazykem (Ukrajina) ...“

2.2. Užití metody sběru dat:

- pozorování
- vedení terénního deníku
- sběr prací dětí
- pořízení fotografií v rámci hodiny
- práce s materiály poskytnutými učitelem, v jehož třídě výzkum probíhal (pro přiblížení vstupní situace)

Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí
vzdělávání a gramotností

reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_011/0000664



2.3. Výzkum probíhal v několika fázích:

- 1) Těžba z materiálů poskytnutých třídním učitelem (Táňa Mutinová)
- 2) Pozorování třídy při práci – 3 vyučovací hodiny
8.3. 2019 – hodina českého jazyka, hodina matematiky (aritmetika)
21.3. 2019 – hodina matematiky (geometrie)
- 3) Intervence – 3 hodiny
2.5.2019 – práce s geobordy
9.5. 2019 – hra Sova
4.6.2019 – manipulace s trojúhelníky ve čtvercové mříži

Materiály, které nám poskytla paní učitelka, jsme pročetly, abychom již byly na první setkání se třídou připravené. Zahrnovaly průběh komunikační hry „Telefon“ ve třídě. Zaznamenána byla práce jedné dvojice dívek a jedné dvojice chlapců.

Dále jsme pak dostaly k dispozici popis současného stavu třídy z pohledu třídní učitelky: *„Ve třídě se pracuje dobře, i když mi někdy připadá její tempo spíše pomalejší. Je to dáno tím, že děti nijak zvlášť nepocítují potřebu sdílet svá řešení, své myšlenky. Rády se jenom pochlubí výsledkem. Samozřejmě, že se mezi nimi nějakí „řečníci“ najdou, ale ti pak jenom velmi neradi pouštějí ke slovu někoho dalšího. V současné době proto hodně pracujeme na tom, aby děti respektovaly pravidlo, že každý má právo být slyšen, pracujeme na „modelování myšlení“, přemýšlíme nahlas a div se, světe, často nám dojdou slova. Věty „já už nevím“, „já už jsem zapomněl (a)“ doprovázené následným mlčením nejsou ničím neobvyklé.“*

První hodina, jež jsme navštívily, byla hodina českého jazyka, kde jsme mohly pozorovat celkové klima třídy, atmosféru, práci dětí a vztah učitele s dětmi. Další hodinou byla matematika, ale právě tuto hodinu se věnovala třída aritmetice, proto jsme si domluvily další návštěvu hodiny, tentokrát geometrie.

3. Výsledky

Děti byly motivovány nově zařazenými aktivitami komunikovat a diskutovat mezi sebou, hlavně v rámci snahy ujasnit některé pojmy a shodnout se na různých jevech, například u shodnosti útvarů, na čemž se nemohly dlouhou dobu dohodnout a byla potřeba se stále ujišťovat, zda uvažují správně.

Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí
vzdělávání a gramotností

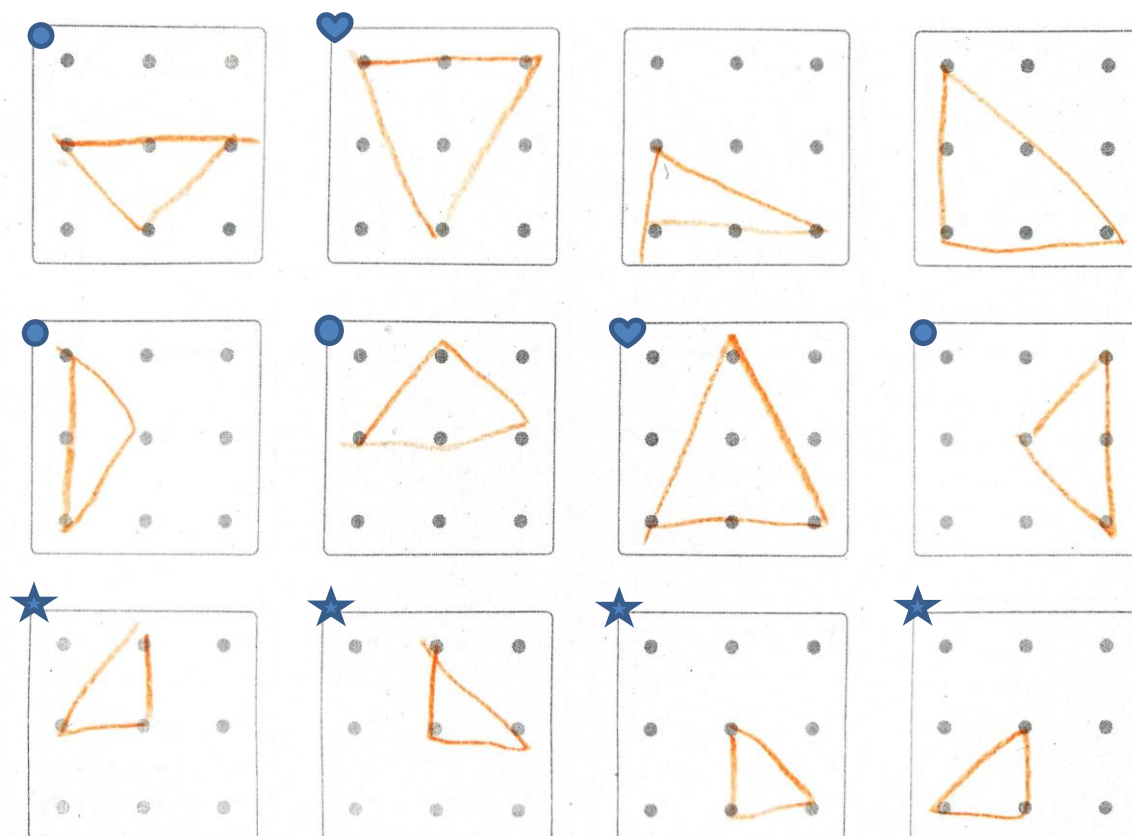
reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_011/0000664

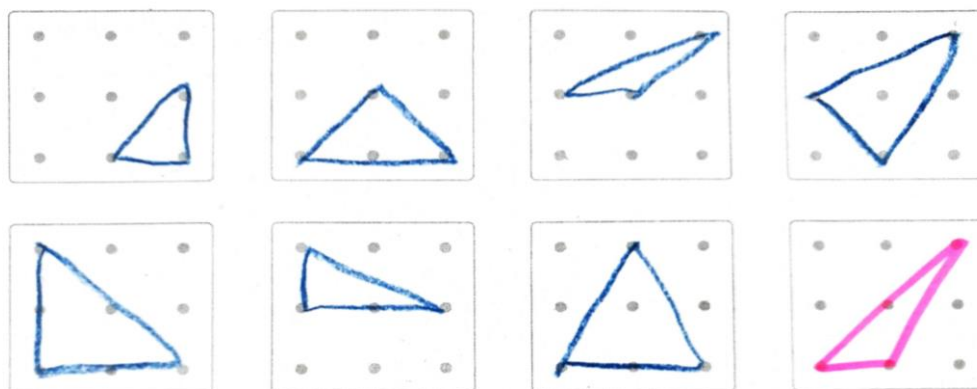


4. Diskuze a závěr

Kdybychom měly provádět stejné aktivity znovu, mnoho věcí bychom asi udělaly jinak. To je ale asi přirozené a znamená to, že jsme se něco naučily.

Při práci na geobordech, kde měly děti možnost vytvořit jakýkoliv „obrázek“, tvořily útvary z běžného života, nejčastěji se vyskytoval domeček, deštník a rybička. Ovšem i zde se našlo pár jedinců, kteří popisovali geometrickými termíny, především v případě trojúhelníků, které měli již pevně ucelené. S trojúhelníky poté pracovala celá třída dále, tentokrát se každý ze třídy snažil vymodelovat svůj originální. Při této aktivitě se začalo diskutovat, zda trojúhelník, který je otočený vrcholem směrem dolů, je stejný trojúhelník, jako ten, který stojí na základně. Zprvu byla necelá polovina pro variantu, že na směru otočení záleží a trojúhelník je tedy jiný. Pomocí komunikace mezi sebou se však nakonec shodli, že tyto trojúhelníky jsou stejné a nezáleží tedy na směru jejich pootočení.



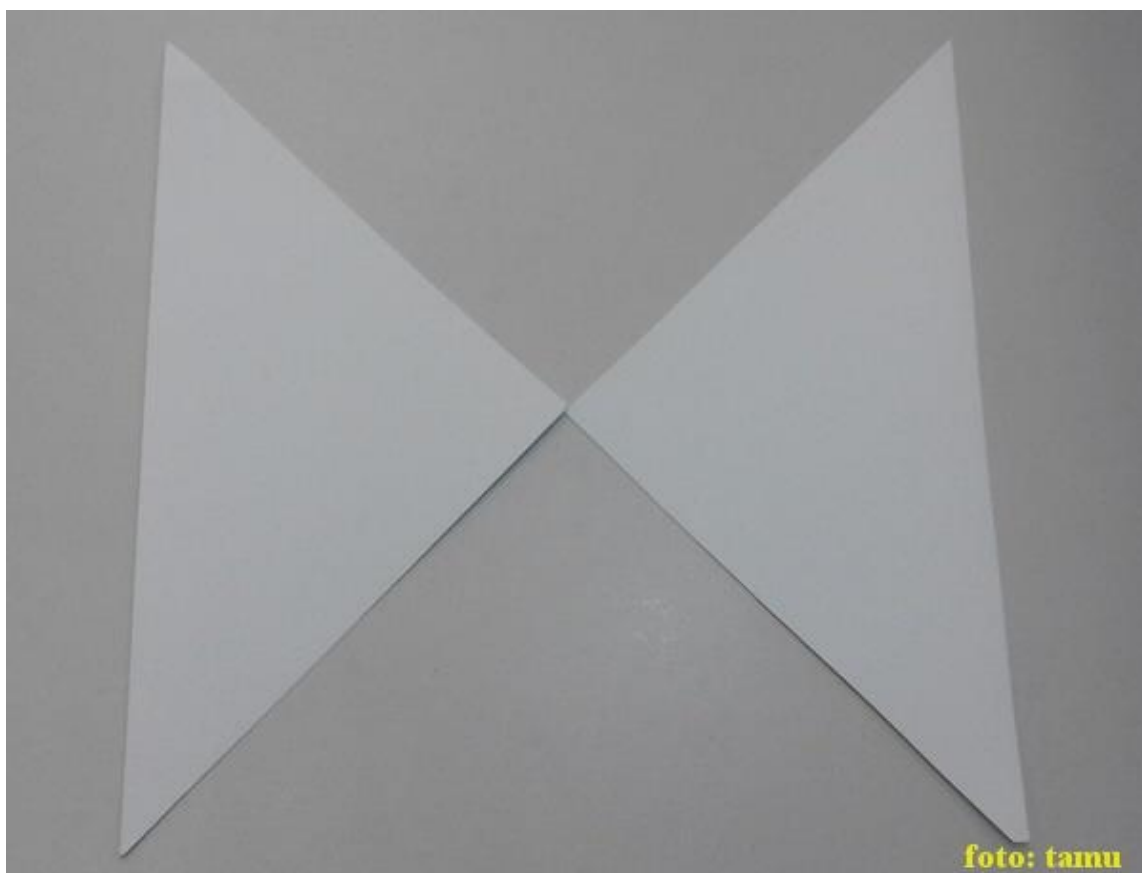


V případě hry Sova jsme žáky rozdělily podle místa, kde seděli, do tří skupin, kde v každé skupině se postupovalo trochu jinak. V jedné byl chytrý chlapec, který celou skupinu táhl a pravděpodobně díky němu postupovali velmi rychle a neměli potřebu se moc ptát, co jaký pojem znamená. Hlavně z důvodu, že když některé z dětí pojem neznalo, chlapec mu to s radostí vysvětlil a mohli pokračovat dál. Ve druhé skupině naopak nad určitými pojmy přemýšleli o něco déle a snažili se je zjistit. Jelikož však nedostali jasnou odpověď, snažili se pomocí diskutování a opakování téže příkladů docílit správné odpovědi. Do budoucna jsme přemýšlely, že by bylo dobré, více promyslet rozdělení žáků do skupin a sledovat jejich spolupráci, vzájemnou pomoc, empatii a snahu porozumět ostatním spolužákům a společné diskutování. Například rozdělení podle pohlaví, kde jedna skupina by byla čistě dívčí, druhá čistě chlapecká a třetí namixovaná. Nebo homogenní či heterogenní rozdělení podle jejich kognitivní úrovně v matematice.

Nejzajímavější a nejhodnotnější byla z tohoto hlediska aktivita poslední, práce se čtvercovou mříží. Při navrhování úkolu jsme zkoušely načrtnout různá řešení, která by děti mohly vymyslet, dokonce nás napadlo, že by mohly některé z nich místo jednoho útvaru složit dva, které mají společný pouze jeden vrchol.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



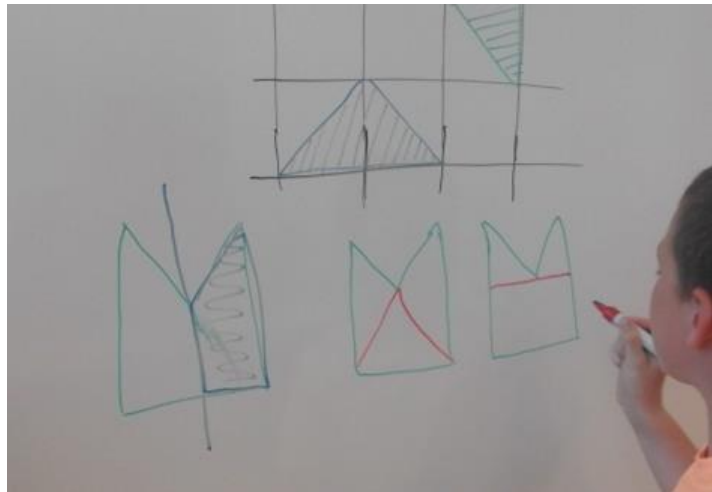
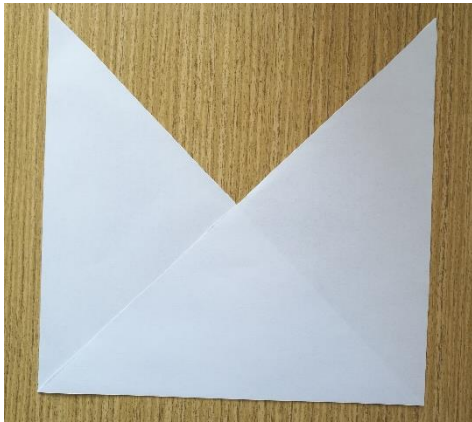
Ačkoliv nás tato možnost napadla, rozhodly jsme se ji v zadání neupřesnit, protože bylo jednoznačně řečeno „Vymodelujte útvar...“. Pokud by tato situace nastala, spíše jsme s ní počítaly jako okolnost v náš prospěch, jako pobídnutí k diskuzi, které by motivovalo děti mluvit. Skutečně tato eventualita nastala a děti byly nuceny argumentovat a vyjádřit své názory.

Možnost, se kterou jsme ale nepočítaly, byla ta, že děti by mohly trojúhelníky pokládat přes sebe (protože je měly fyzicky vystřižené a mohly s nimi manipulovat, my takovou možnost neměly, držely jsme se jen náčrtků, pro příště bychom také mohly zvážit vystřižení modelů, spíše pak přijdeme na více možnosti, které by děti mohly vymyslet).

Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí
vzdělávání a gramotností
reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_011/0000664



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Nejčastěji se zde vyskytovala chyba v přenášení rozměrů, což nás zprvu vůbec nenapadlo. Spoustu z dětí trojúhelníky překreslily buďto zmenšeně, nebo zvětšeně, na což nás napadlo řešení, vystříhnout si stejně velké trojúhelníky, s kterými budou moci pracovat.



Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí
vzdělávání a gramotností
reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_011/0000664



Z pohledu paní učitelky Mutinové:

„Ukázalo se, že ne všechny děti zvládly přenesení rozměrů zadaných trojúhelníků z tabule do centimetrové čtvercové mříže. Některé si pomáhaly manipulací. Z obálky na pomůcky, kterou máme uloženou v lavici, si vytáhly rovnoramenné trojúhelníky. Nejdříve se snažily vyřešit úlohu manipulací, až pak se pokoušely složený tvar zanést do čtvercové mříže. Ani rozměry papírových trojúhelníků, kterými si pomáhaly, neodpovídaly rozměrům mříže. Děti rozměry vůbec neřešily, řešily jenom tvary.

Mnozí nerespektovaly podmínky zadání a vytvářely souměrné tvary tak, že skládané trojúhelníky měly společný jenom jeden bod.

Osa souměrnosti měla ve většině řešení vodorovný nebo svislý směr. Tato představa prozrazuje, že osu souměrnosti mají pořád ještě spojenou se zrcadlením (zrcadlo ve svislém směru, vodní hladina ve vodorovném směru).



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

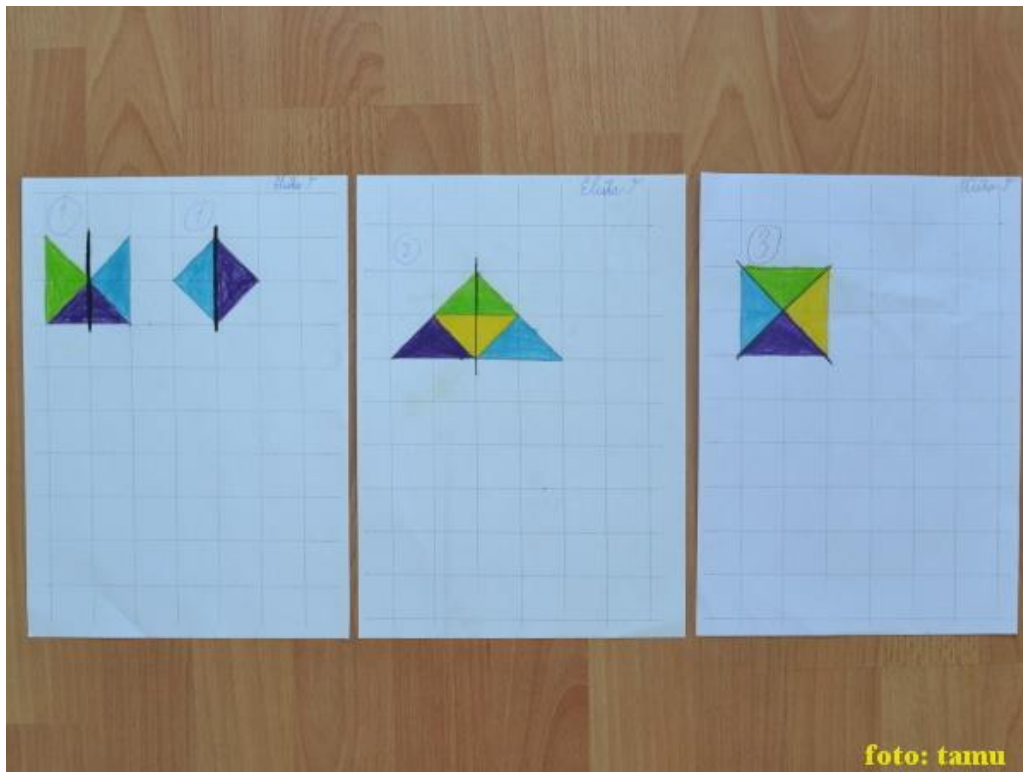


Se Zuzkou a Terkou jsme mluvily o snížení náročnosti tím, že bychom dětem daly k dispozici model trojúhelníku, který by rozměrově odpovídal čtvercové mříži, a se kterým by děti mohly přímo manipulovat.

V této hodině se nápad už ale nemohl realizovat.“



Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí
vzdělávání a gramotností
reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_011/0000664



5. Seznam literatury:

GARDNER, H. *Dimenze myšlení*. Praha : Portál, 1999

HANUŠOVÁ, J. *Cesty učitele ke konstruktivistickým přístupům*. Praha : UK v Praze, PedF, 2007, disertační práce

HEJNÝ, M., KUŘINA, F. *Dítě, škola a matematika*. Praha : Portál, 2009

HEJNÝ, M. *Výuka orientována na budování schémat: Aritmetika 1. stupně*, Praha: UK v Praze, PedF, 2014

JIROTKOVÁ, D. *Zkoumání žákovských geometrických představ*. Disertační práce. Praha : Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2001

Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí
vzdělávání a gramotností

reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_011/0000664



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



JIROTKOVÁ, D. *Cesty ke zkvalitňování výuky geometrie*, Praha : UK v Praze, PedF, 2010

RENDL, M. & VONDROVÁ, N. *et al.* (2013) *Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů*. Prague: Charles University.

Soubor učebnic matematiky pro 1. stupeň ZŠ a příručky pro učitele nakladatelství FRAUS a dalších nakladatelství (Alter, Prodos, SPN, Didatis, Fortuna, ...).

Seznam setkání:

- 23.1. 2019 – úvodní setkání týmu
- 8.3.2019 – 2 hodiny (český jazyk, matematika + hodina v jiné třídě)
- 21.3.2019 – hodina matematiky – geometrie, pozorování
- 2.5.2019 – práce s geobordy
- 9.5. 2019 – hra Sova
- 4.6.2019 – manipulace s trojúhelníky ve čtvercové mříži

Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí
vzdělávání a gramotností
reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_011/0000664